

**WOJEWÓDZKI KONKURS MATEMATYCZNY
DLA UCZNIÓW GIMNAZJUM W ROKU SZKOLNYM 2018/2019
STOPIEŃ SZKOLNY**

Schemat punktowania – zadania zamknięte

Za każdą poprawną odpowiedź uczeń otrzymuje 1 punkt.

Numer zadania	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.	21.	22.
Poprawna odpowiedź	C	A	C	A	A	C	C	C	B	D	A	A	C	P F	D	A	A	F P	D	B	C	B

Przykładowe rozwiązanie i schemat punktowania – zadania otwarte

Za każde poprawne i pełne rozwiązanie zadania nieuwzględnione w schemacie punktowania przyznajemy maksymalną liczbę punktów należnych za to zadanie.

Zadanie 23.

Przykładowe rozwiązanie

x – pierwsza liczba napisana przez Marysię

y – druga liczba

$x + y$ – trzecia liczba

11 – czwarta liczba

$x + y + 11$ – piąta liczba

29 – szósta liczba

$$x + y + 11 + 11 = 29$$

$$x + y = 29 - 22$$

$$x + y = 7$$

$$x + y + y = 11$$

$$7 + y = 11$$

$$y = 4$$

$$x = 7 - 4$$

$$x = 3$$

Tymi liczbami są: 3, 4, 7, 11, 18, 29

lub

Szósta liczba: 29

Piąta liczba: $29 - 11 = 18$

Czwarta liczba: 11

Trzecia liczba: $18 - 11 = 7$

Druga liczba: $11 - 7 = 4$

Pierwsza liczba: $7 - 4 = 3$

Tymi liczbami są: 3, 4, 7, 11, 18, 29

Schemat oceniania

4 punkty – poprawne obliczenie i zapisanie szukanych liczb.

3 punkty – poprawny sposób obliczenia pierwszej i drugiej liczby.

2 punkty – ułożenie równań lub układu równań prowadzących do obliczenia pierwszej i drugiej liczby.

1 punkt – zapisanie podanej w zadaniu zależności dla jednej z liczb.

0 punktów – rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania.

lub

4 punkty – poprawne obliczenie i zapisanie szukanych liczb.

3 punkty – poprawny sposób obliczenia czterech z szukanych liczb.

2 punkty – poprawny sposób obliczenia dwóch z szukanych liczb.

1 punkt – zapisanie podanej w zadaniu zależności dla jednej z liczb.

0 punktów – rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania.

Zadanie 24.

Przykładowe rozwiązanie

x – wiek zawodnika, który opuścił boisko

$7 \cdot 25 = 175$ – łączny wiek 7 zawodników tej drużyny

$6 \cdot 24 = 144$ – łączny wiek zawodników tej drużyny po opuszczeniu boiska przez jednego zawodnika

$$175 - x = 144$$

$$x = 175 - 144$$

$x = 31$ lat – wiek zawodnika, który opuścił boisko

Schemat oceniania

4 punkty – poprawne obliczenie wieku zawodnika, który opuścił boisko.

3 punkty – ułożenie równania lub zapisanie działania prowadzącego do obliczenia wieku zawodnika, który opuścił boisko.

2 punkty – poprawny sposób obliczenia łącznego wieku 7 zawodników tej drużyny i łącznego wieku 6 zawodników tej drużyny (po opuszczeniu boiska przez jednego zawodnika).

1 punkt – poprawny sposób obliczenia łącznego wieku 7 zawodników tej drużyny lub łącznego wieku 6 zawodników tej drużyny (po opuszczeniu boiska przez jednego zawodnika).

0 punktów – rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania.

Zadanie 25.

Przykładowe rozwiązanie

$$3^{15} + 3^{16} + 3^{17} + 3^{18} = 3^{15}(1 + 3 + 3^2 + 3^3) = 3^{15} \cdot 40 = 3^{15} \cdot 5 \cdot 8$$

Dana suma jest podzielna przez 5, ponieważ można ją zapisać za pomocą iloczynu, w którym jednym z czynników jest liczba 5.

lub

Cyframi jedności liczb: 3^{15} , 3^{16} , 3^{17} i 3^{18} są: 7, 1, 3 i 9.

Cyfrą jedności sumy tych liczb jest 0.

Wobec tego suma ta dzieli się przez 10, a więc i przez 5.

Schemat oceniania

3 punkty – poprawne uzasadnienie, że dana suma jest podzielna przez 5.

2 punkty – zapisanie danej sumy za pomocą iloczynu dwóch liczb $3^{15} \cdot 40$.

1 punkt – wyciągnięcie przed nawias 3^{15} .

0 punktów – rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania.

lub

3 punkty – poprawne uzasadnienie, że dana suma jest podzielna przez 5.

2 punkty – zapisanie cyfry jedności sumy tych liczb (0).

1 punkt – zapisanie cyfr jedności liczb: 3^{15} , 3^{16} , 3^{17} i 3^{18} (7, 1, 3 i 9).

0 punktów – rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania.

Zadanie 26.

Przykładowe rozwiązanie

$$\frac{a}{a+b} = \frac{1}{4}$$

$$a+b=4a$$

$$b=4a-a$$

$$b=3a$$

$$\frac{b}{a+b} = \frac{3a}{a+3a} = \frac{3a}{4a} = \frac{3}{4} \quad \text{lub} \quad \frac{b}{a+b} = \frac{3a}{a+b} = 3 \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

Schemat oceniania

3 punkty – poprawne obliczenie wartości ilorazu $\frac{b}{a+b}$.

2 punkty – obliczenie b w zależności od a .

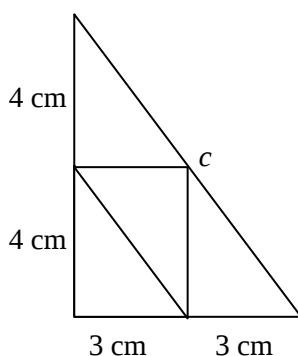
1 punkt – zapisanie proporcji $\frac{a}{a+b} = \frac{1}{4}$ w postaci iloczynu $a+b=4a$.

0 punktów – rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania.

Zadanie 27.

Przykładowe rozwiązanie

Rysunek pomocniczy



$$6^2 + 8^2 = c^2$$

$$c = 10 \text{ cm}$$

$$0,5c = 5 \text{ cm}$$

Ponieważ cztery trójkąty, na które został podzielony duży trójkąt, są przystające, więc mają długości boków 3 cm, 4 cm, 5 cm.

$$\text{Ob} = 4 \text{ cm} + 3 \text{ cm} + 5 \text{ cm} = 12 \text{ cm}$$

Schemat oceniania

3 punkty – poprawne obliczenie obwodu trójkąta, którego wierzchołkami są środki boków trójkąta prostokątnego o przyprostokątnych 6 cm i 8 cm.

2 punkty – zauważenie, że duży trójkąt został podzielony na cztery trójkąty przystające podobne do dużego trójkąta w skali 1 : 2.

lub

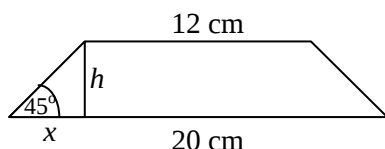
zauważenie, że trójkąt, którego wierzchołkami są środki boków trójkąta prostokątnego o przyprostokątnych 6 cm i 8 cm, jest podobny do dużego trójkąta.

1 punkt – zastosowanie tw. Pitagorasa do obliczenia lub podania długości przeciwprostokątnej jednego z trójkątów.

0 punktów – rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania.

Zadanie 28.

Przykładowe rozwiązanie



$$x = (20 - 12) : 2$$

$$x = 4 \text{ cm}$$

Kąt ostry przy podstawie trapezu ma miarę 45° , więc wysokość trapezu jest równa długości odcinka x

$$h = x$$

$$h = 4 \text{ cm}$$

Obliczenie pola

$$P = \frac{20 + 12}{2} \cdot 4$$

$$P = 64 \text{ cm}^2$$

Schemat oceniania

3 punkty – poprawne obliczenie pola trapezu.

2 punkty – zauważenie, że wysokość trapezu jest równa połowie długości różnicy podstaw.

1 punkt – poprawny sposób obliczenia połowy długości różnicy podstaw (długości odcinka x).

0 punktów – rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania.

Zadanie 29.

Przykładowe rozwiązanie

4,5 kg – masa wazonu napełnionego wodą

3,5 kg – masa wazonu napełnionego wodą do $\frac{3}{4}$ wysokości

$4,5 \text{ kg} - 3,5 \text{ kg} = 1 \text{ kg}$ – masa wody w wazonie napełnionym do $\frac{1}{4}$ wysokości

$4 \cdot 1 \text{ kg} = 4 \text{ kg}$ – masa wody w napełnionym wodą po brzegi wazonie

$4,5 \text{ kg} - 4 \text{ kg} = 0,5 \text{ kg}$ – masa pustego wazonu

Schemat oceniania

3 punkty – poprawne obliczenie masy wazonu.

2 punkty – zauważenie, że masa wody w wazonie napełnionym po brzegi jest równa 4 kg.

1 punkt – zauważenie, że masa wody w wazonie napełnionym do $\frac{1}{4}$ wysokości jest równa 1kg.

0 punktów – rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania.

Zadanie 30.

Przykładowe rozwiązanie

x – długość boku kwadratowego arkusza blachy

x^2 – pole arkusza blachy

$x - 13$ – długość boku kwadratowego dna pudełka

$(x - 13)^2$ – pole dna pudełka

$(x - 13)^2 + 481 \text{ cm}^2$ – pole arkusza blachy

$$(x - 13)^2 + 481 = x^2$$

$$x^2 - 26x + 169 + 481 = x^2$$

$$26x = 650$$

$$x = 25 \text{ cm}$$

$$25 \text{ cm} \times 25 \text{ cm}$$

lub

x – długość boku kwadratowego arkusza blachy

różnica między polem arkusza blachy i polem dna pudełka jest równa 481

$$4 \cdot (6,5 \cdot (x - 6,5)) = 481$$

$$26 \cdot (x - 6,5) = 26x - 169 = 481$$

$$26x = 650$$

$$x = 25 \text{ cm}$$

Schemat oceniania

5 punktów – poprawne obliczenie wymiarów arkusza blachy.

4 punkty – rozwiązanie równania przy popełnianych błędach rachunkowych.

3 punkty – zapisanie różnicy pola arkusza blachy i pola dna pudełka – ułożenie równania.

2 punkty – zapisanie pola dna pudełka (lub pola prostokąta) przy użyciu swoich oznaczeń.

1 punkt – zauważenie, że dno pudełka jest kwadratem o długości boku mniejszym o 13 cm od długości boku kwadratowego arkusza blachy (lub zauważenie, że różnica pól blachy i dna pudełka jest sumą prostokątów).

0 punktów – rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania.