

Login uczestnika

|  |
|--|
|  |
|--|

Pieczęć szkoły

Data urodzenia uczestnika

|  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|

Dzień      Miesiąc      Rok

.....

## Wojewódzki Konkurs Matematyczny

dla uczniów szkół podstawowych województwa wielkopolskiego – stopień szkolny

2022/2023

„Matematyczne podróże”

### Instrukcja dla uczestnika

1. Sprawdź, czy test zawiera **15 stron**. Ewentualny brak stron lub inne usterki zgłoś Komisji Konkursowej przed rozpoczęciem konkursu.
2. Czytaj uważnie wszystkie teksty i zadania. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra piszącego czarnym lub niebieskim kolorem. Nie używaj korektora.
3. Test, do którego przystępujesz, zawiera **21 zadań**. Wśród nich są zadania zamknięte, zadania typu prawda fałsz oraz zadania otwarte wymagające krótszej lub dłuższej odpowiedzi. Zadania zamknięte to zadania od 1 do 16. Zadania prawda - fałsz to zadania 17 - 19.
4. W każdym **zadaniu zamkniętym** wybierz tylko **jedną odpowiedź** i zamaluj długopisem/piórem odpowiednią kratkę na karcie odpowiedzi, np. gdy wybrałeś odpowiedź „A”:

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| A | B | C | D |
|---|---|---|---|

Jeśli się pomylisz, błędne zaznaczenie otocz kółkiem i zaznacz inną odpowiedź, np.:

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| A | B | C | D |
|---|---|---|---|

Za każdą poprawnie udzieloną odpowiedź otrzymasz jeden punkt, a za odpowiedzi błędne lub brak odpowiedzi – zero punktów.

5. W zadaniach **prawda – fałsz** oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz **P**, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo **F** – jeśli jest fałszywe, np. gdy wybrałeś odpowiedź „P”:

|   |   |
|---|---|
| P | F |
|---|---|

Jeśli się pomylisz, błędne zaznaczenie otocz kółkiem i zaznacz inną odpowiedź, np.:

|   |   |
|---|---|
| P | F |
|---|---|

6. W zadaniach **otwartych** zapisz rozwiązania starannie i czytelnie w miejscach wyznaczonych przy poszczególnych zadaniach. Pamiętaj, że pominięcie uzasadnienia lub części obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów. Pomyłki przekreślaj (nie stosuj korektora).
7. Rozwiązując zadania, możesz korzystać z przyborów geometrycznych (linijki i cyrkla) oraz ze strony oznaczonej jako **brudnopis**. Zapisy w brudnopisie nie będą sprawdzane i oceniane.
8. Podczas trwania konkursu nie możesz korzystać z żadnych pomocy naukowych (w tym również kalkulatora i urządzeń elektronicznych) oraz podpowiedzi kolegów – narażasz ich i siebie na dyskwalifikację. Nie wolno Ci również zwracać się z jakimikolwiek wątpliwościami do członków Komisji.
9. Za rozwiązanie całego testu możesz otrzymać maksymalnie **30 punktów**.
10. Na udzielenie odpowiedzi masz **90 minut**.

**Życzymy Ci powodzenia!**

**Wypełnia Komisja (po rozkodowaniu pracy)**

.....

Imię i nazwisko uczestnika

Liczba uzyskanych punktów ..... / 30

**Zadanie 1. (1 p.)**

Liczba uzyskanych punktów: \_\_\_\_/ 1

Pani Ania ma  $x$  banknotów pięćdziesięciozłotowych i o 8 więcej banknotów dwudziestozłotowych. Kwotę pieniędzy, którą dysponuje pani Ania opisuje wyrażenie:

- A.  $(70x + 160)$  zł      B.  $(60x + 80)$  zł      C.  $(70x - 160)$  zł      D.  $(140x + 160)$  zł

**Zadanie 2. (1 p.)**

Liczba uzyskanych punktów: \_\_\_\_/ 1

Wartość liczbową wyrażenia  $4 \cdot (xy + y^2)$  dla  $x = -3$  i  $y = \sqrt[3]{-27}$  jest równa:

- A.  $-72$                       B.  $72$                       C.  $0$                       D.  $36$

**Zadanie 3. (1 p.)**

Liczba uzyskanych punktów: \_\_\_\_/ 1

Danych jest sześć różnych punktów, z których żadne trzy nie są współliniowe. Ile prostych wyznaczają te punkty?

- A.  $36$                       B.  $12$                       C.  $30$                       D.  $15$

**Zadanie 4. (1 p.)**

Liczba uzyskanych punktów: \_\_\_\_/ 1

Kasia dysponuje octem 10%. Ile wody należy dolać do octu 10%, aby otrzymać 3 kg octu 6%?

- A.  $1,4 \text{ kg}$                       B.  $1,2 \text{ kg}$                       C.  $1,6 \text{ kg}$                       D.  $1,5 \text{ kg}$

**Zadanie 5. (1 p.)**

Liczba uzyskanych punktów: \_\_\_\_/ 1

Dany jest czworokąt ABCD o obwodzie 84 cm. Przekątna AC podzieliła czworokąt ABCD na dwa trójkąty o odvodach 72 cm i 54 cm. Długość przekątnej AC wynosi:

- A.  $19 \text{ cm}$                       B.  $21 \text{ cm}$                       C.  $23 \text{ cm}$                       D.  $17 \text{ cm}$

**Zadanie 6. (1 p.)**

Liczba uzyskanych punktów: \_\_\_\_/ 1

Kropla wody ma objętość  $0,1 \text{ cm}^3$ . Ile takich kropeł wody potrzeba aby napełnić dzbanek o pojemności 1,5 litra?

- A.  $1500$                       B.  $15000$                       C.  $150000$                       D.  $150$

**Zadanie 7. (1 p.)**

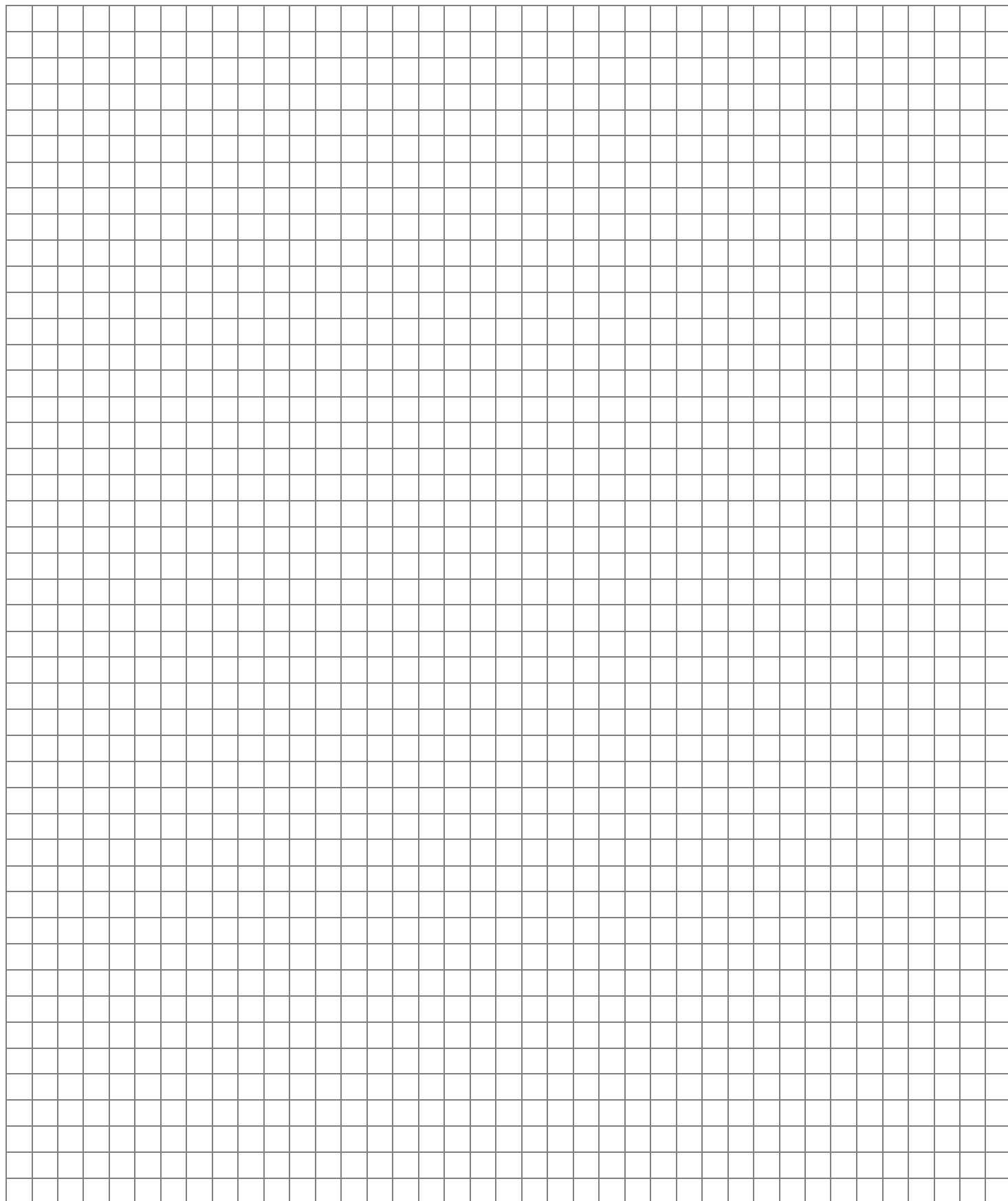
Liczba uzyskanych punktów: \_\_\_\_/ 1

Pan Adam miał przejechać na rowerze 60 km w ciągu 3 godzin. Jego wyjazd opóźnił się o pół godziny. O ile musi zwiększyć prędkość, aby dotrzeć do celu na wyznaczoną godzinę?

- A.  $4 \frac{\text{km}}{\text{h}}$                       B.  $5 \frac{\text{km}}{\text{h}}$                       C.  $6 \frac{\text{km}}{\text{h}}$                       D.  $8 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

Wojewódzki Konkurs Matematyczny  
dla uczniów szkół podstawowych województwa wielkopolskiego  
STOPIEŃ SZKOLNY 2022/2023

**Brudnopis** (nie podlega ocenie)



**Zadanie 8. (1 p.)**

Liczba uzyskanych punktów: \_\_\_\_/ 1

Ile jest wszystkich liczb siedmiocyfrowych naturalnych postaci:  $63274xy$ , jeśli wiadomo, że są one podzielne przez 15?

- A. 5                                      B. 9                                      C. 6                                      D. 7

**Zadanie 9. (1 p.)**

Liczba uzyskanych punktów: \_\_\_\_/ 1

Pewnego roku 5 kwietnia wypadł w piątek. Jakim dniem tygodnia był 2 marca tego roku?

- A. niedziela                              B. sobota                              C. poniedziałek                              D. czwartek

**Zadanie 10. (1 p.)**

Liczba uzyskanych punktów: \_\_\_\_/ 1

Liczba  $2^{10} + 2^{10} + 2^{10} + 2^{10}$  jest równa:

- A.  $2^{40}$                                       B.  $8^{10}$                                       C.  $2^{12}$                                       D.  $2^{20}$

**Zadanie 11. (1 p.)**

Liczba uzyskanych punktów: \_\_\_\_/ 1

Dane jest równanie:  $2(3 - 2x) - \frac{x-3}{4} = 1 + \frac{1}{2}x$ . Liczba przeciwna do rozwiązania tego równania jest równa:

- A.  $-\frac{17}{25}$                                       B.  $-\frac{23}{25}$                                       C.  $-\frac{23}{19}$                                       D.  $\frac{19}{23}$

**Zadanie 12. (1 p.)**

Liczba uzyskanych punktów: \_\_\_\_/ 1

Liczba wszystkich krawędzi ostrosłupa jest o 9 większa od liczby jego wierzchołków. Stąd wynika, że podstawą tego ostrosłupa jest:

- A. ośmiokąt                              B. siedmiokąt                              C. sześciokąt                              D. dziesięciokąt

**Zadanie 13. (1 p.)**

Liczba uzyskanych punktów: \_\_\_\_/ 1

Różnica miar kątów przyległych stanowi  $\frac{2}{5}$  kąta prostego. Miara mniejszego kąta przyległego jest równa:

- A.  $76^\circ$                                       B.  $62^\circ$                                       C.  $72^\circ$                                       D.  $74^\circ$

**Zadanie 14. (1 p.)**

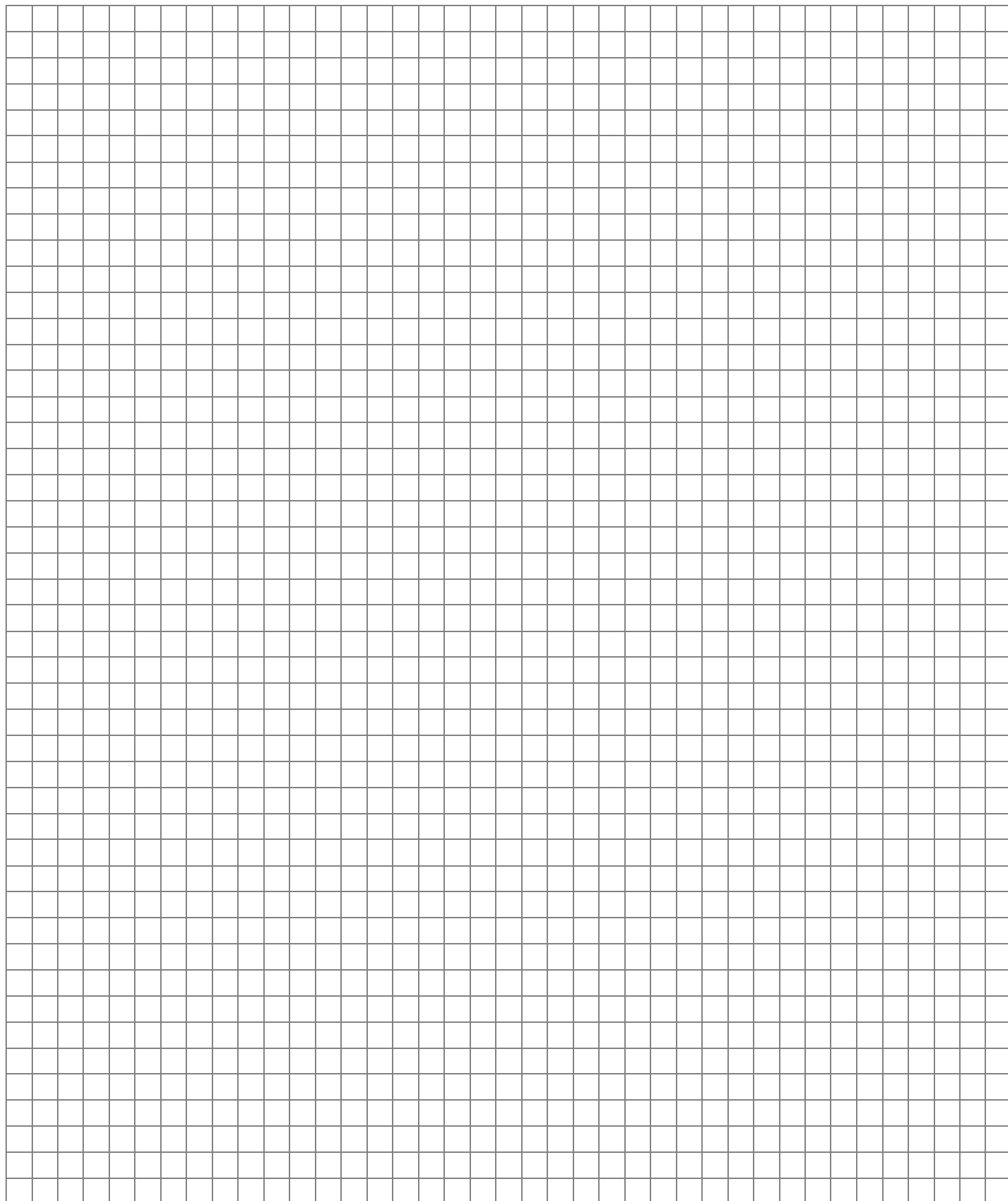
Liczba uzyskanych punktów: \_\_\_\_/ 1

Obwód rombu wynosi 32 cm, a jedna z przekątnych rombu ma długość 8 cm. Kąt rozwarty tego rombu wynosi:

- A.  $150^\circ$                                       B.  $135^\circ$                                       C.  $140^\circ$                                       D.  $120^\circ$

Wojewódzki Konkurs Matematyczny  
dla uczniów szkół podstawowych województwa wielkopolskiego  
STOPIEŃ SZKOLNY 2022/2023

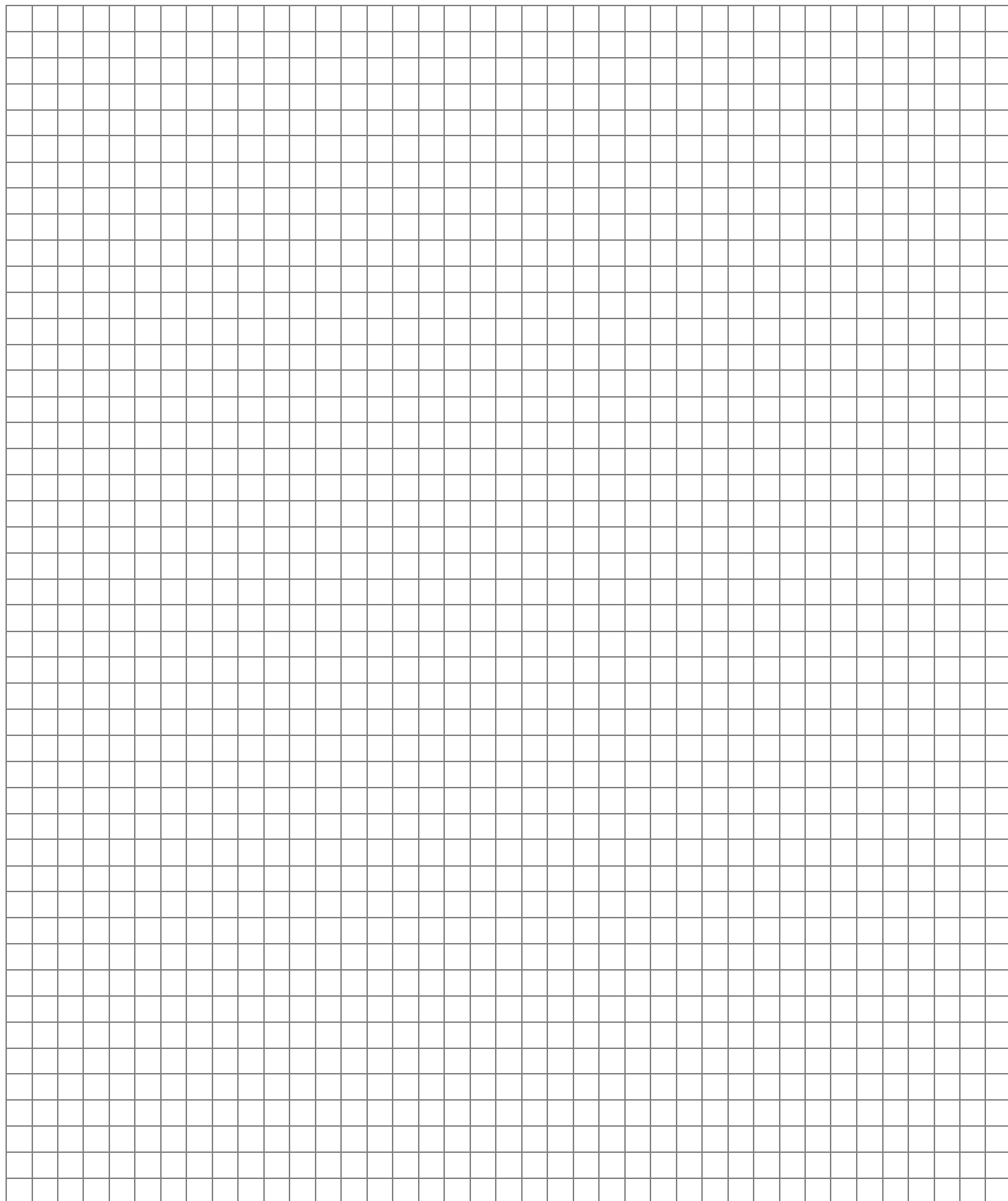
**Brudnopis** (nie podlega ocenie)





Wojewódzki Konkurs Matematyczny  
dla uczniów szkół podstawowych województwa wielkopolskiego  
STOPIEŃ SZKOLNY 2022/2023

**Brudnopis** (nie podlega ocenie)



**Zadania otwarte**

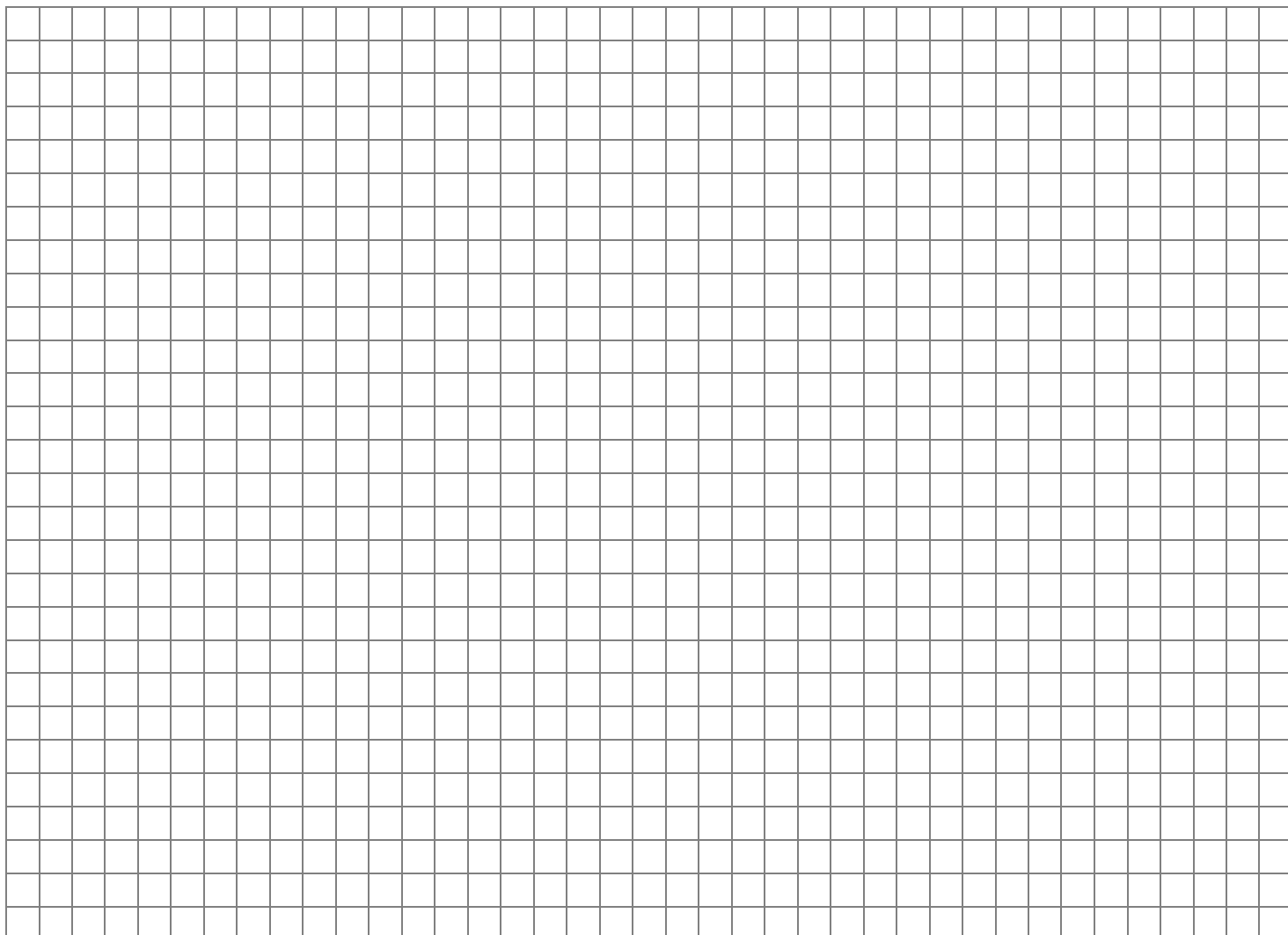
**Zadanie 17. ( 3 p.)**

Liczba uzyskanych punktów: \_\_\_\_/ 3

W równoległoboku ABCD bok AB jest dwa razy dłuższy niż bok AD, a kąt ostry równoległoboku ma  $40^\circ$ . Punkt E będący środkiem odcinka AB połączono z wierzchołkiem C.

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli zdanie jest fałszywe.

|                                                         |   |   |
|---------------------------------------------------------|---|---|
| Miara kąta ECD wynosi $25^\circ$ .                      | P | F |
| Trójkąt EDC jest prostokątny.                           | P | F |
| Pole trójkąta EBC stanowi 25% pola równoległoboku ABCD. | P | F |





Liczba uzyskanych punktów: \_\_\_\_/ 3

Ania na to samo pytanie odpowiedziała: „Mam dwa razy więcej braci niż sióstr.”

jest fałszywe.

|                                      |   |   |
|--------------------------------------|---|---|
| W tej rodzinie jest pięcioro dzieci. | P | F |
| W tej rodzinie są trzy dziewczyny.   | P | F |
| W tej rodzinie jest dwóch chłopców.  | P | F |

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin, light gray lines. There are 20 columns and 20 rows of squares, creating a total of 400 square units. The background is white, and the grid lines are evenly spaced both horizontally and vertically.

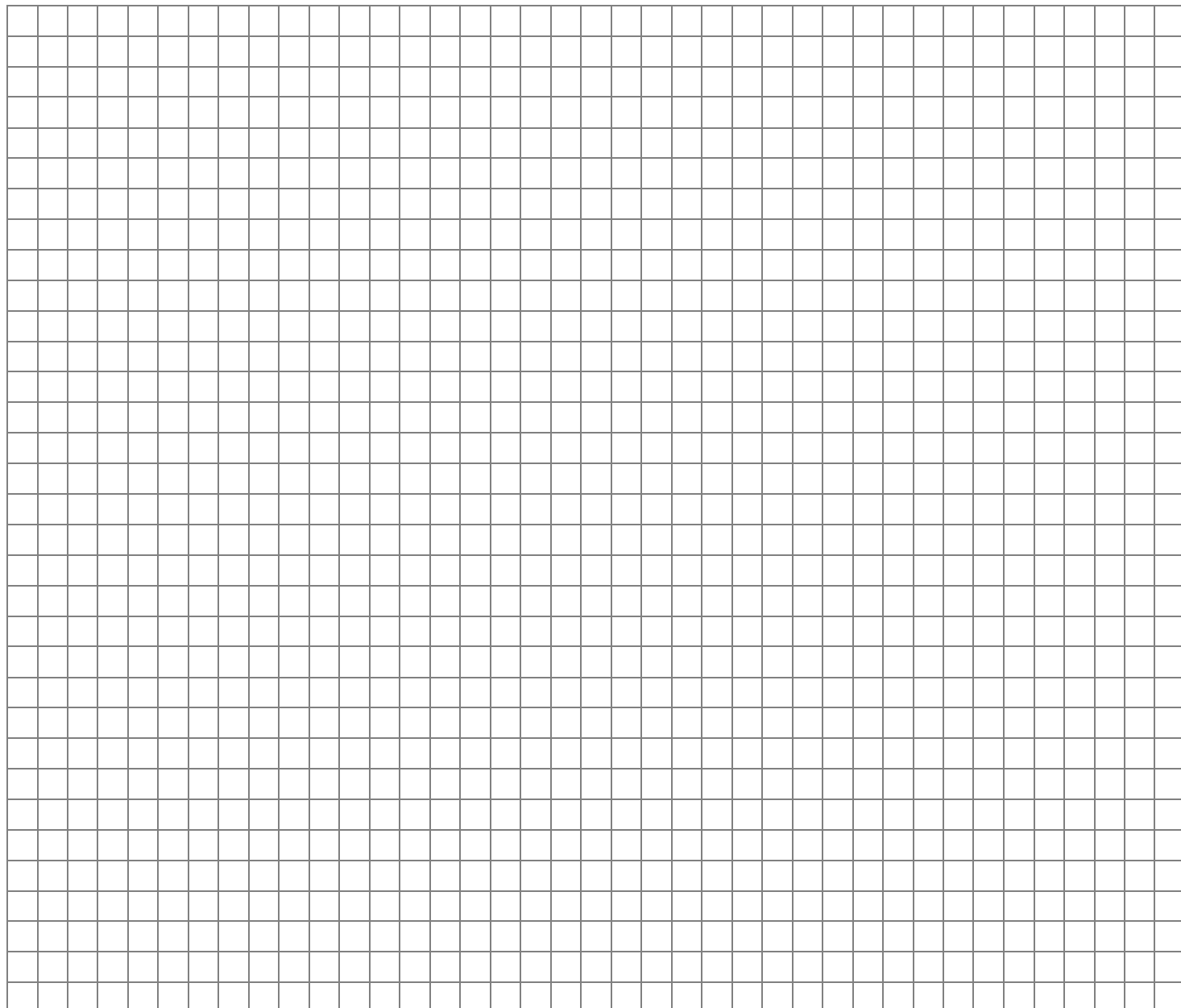
**Zadanie 19. (3p)**

Liczba uzyskanych punktów: \_\_\_\_/ 3

O liczbie  $S$  wiadomo, że  $S = 1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + 7 - 8 + \dots - 2028 + 2029$ .

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli zdanie jest fałszywe.

|                                    |   |   |
|------------------------------------|---|---|
| Liczba $S$ jest mniejsza od 1000.  | P | F |
| Liczba $S$ jest nieparzysta.       | P | F |
| Liczba $S$ jest podzielna przez 5. | P | F |



Liczba uzyskanych punktów: \_\_\_\_/ 3

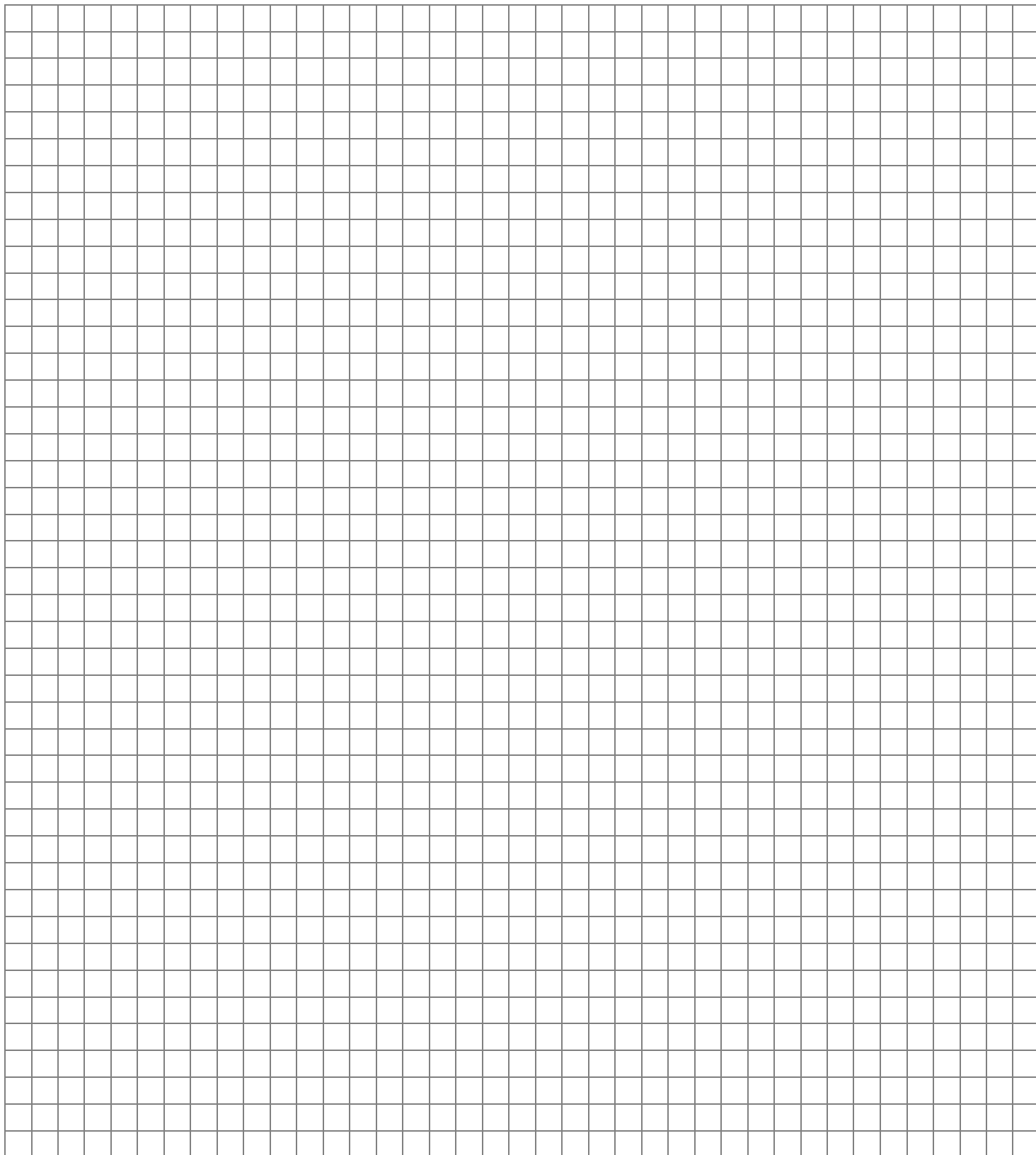
Kasia będąc na wycieczce w Krakowie wybrała się do sklepu z pamiątkami. Jeżeli wybierze magnesy to wystarczy jej pieniędzy na 3 sztuki i zostanie jej 2,50 zł jeżeli natomiast wybierze pamiątkowe kartki, które są o 4 złote tańsze od magnesów to kupi 4 kartki i zostanie jej 6 zł. Jaką kwotę dysponuje Kasia? Zapisz obliczenia.

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

**Zadanie 21. (2p.)**

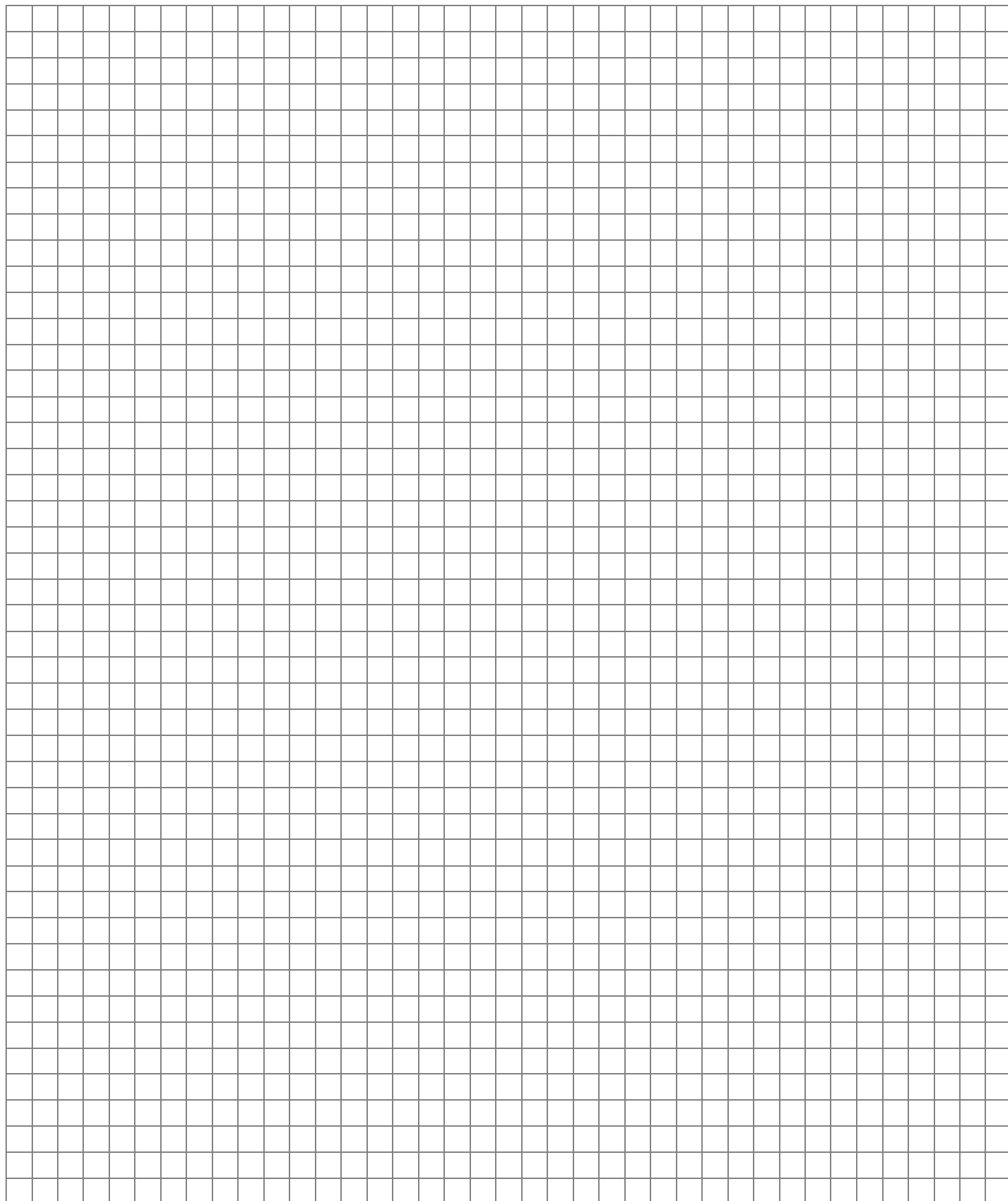
Liczba uzyskanych punktów: \_\_\_\_ / 2

Uzasadnij, że suma czterech kolejnych liczb naturalnych nieparzystych jest podzielna przez 8.  
Zapisz obliczenia.



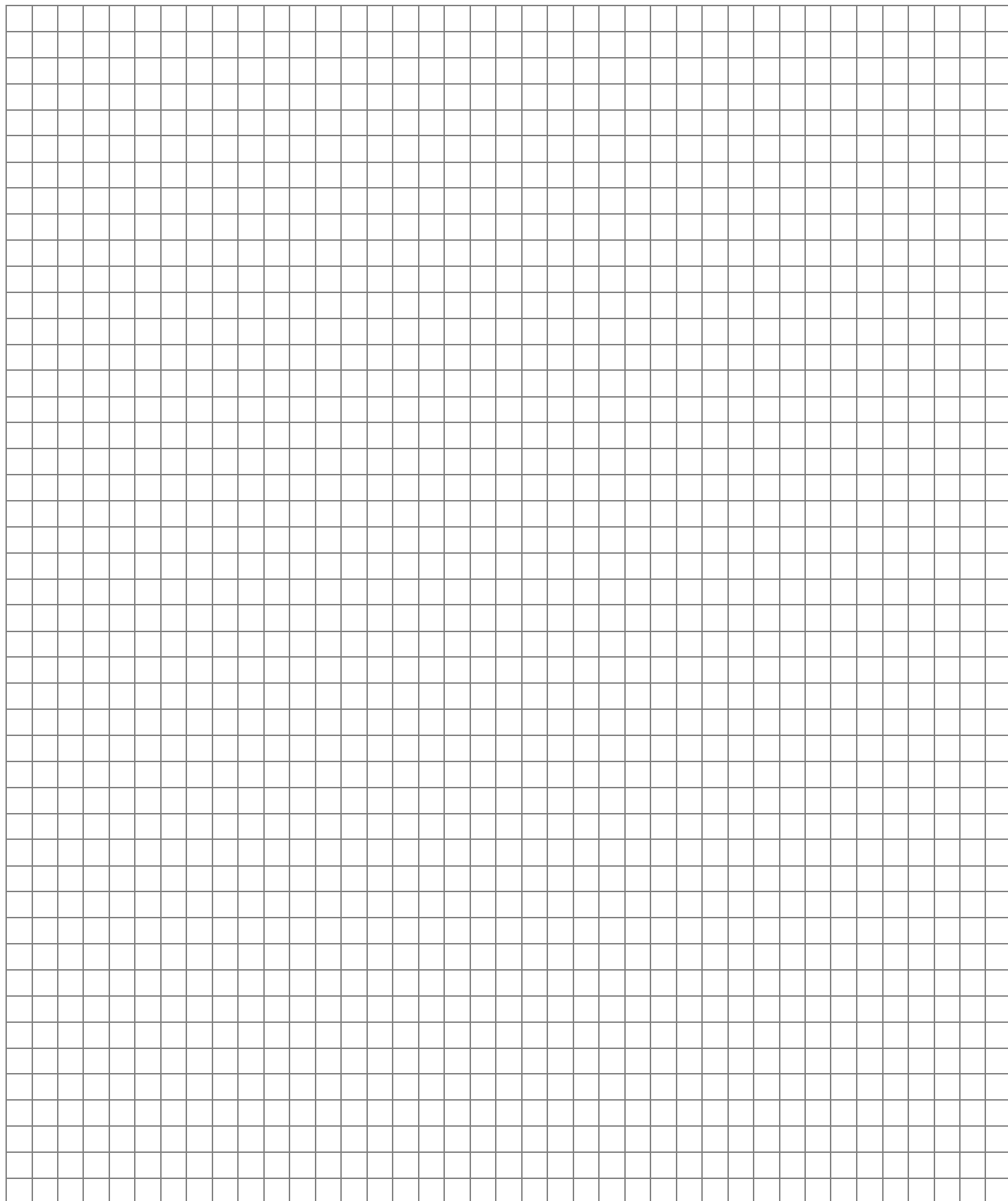
Wojewódzki Konkurs Matematyczny  
dla uczniów szkół podstawowych województwa wielkopolskiego  
STOPIEŃ SZKOLNY 2022/2023

**Brudnopis** (nie podlega ocenie)



Wojewódzki Konkurs Matematyczny  
dla uczniów szkół podstawowych województwa wielkopolskiego  
STOPIEŃ SZKOLNY 2022/2023

**Brudnopis** (nie podlega ocenie)



### Karta odpowiedzi zadań zamkniętych

**Login uczestnika**

|  |
|--|
|  |
|--|

**Data urodzenia uczestnika**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|

Dzień      Miesiąc      Rok

**Wypełnia komisja konkursowa**

Suma punktów za zadania zamknięte

|  |  |
|--|--|
|  |  |
|--|--|

Suma punktów za zadania otwarte

|  |  |
|--|--|
|  |  |
|--|--|

Suma punktów za cały arkusz

|  |  |
|--|--|
|  |  |
|--|--|

| Numer zadania | Odpowiedzi   |              |              |              | Liczba punktów |
|---------------|--------------|--------------|--------------|--------------|----------------|
| 1.            | <div>A</div> | <div>B</div> | <div>C</div> | <div>D</div> |                |
| 2.            | <div>A</div> | <div>B</div> | <div>C</div> | <div>D</div> |                |
| 3.            | <div>A</div> | <div>B</div> | <div>C</div> | <div>D</div> |                |
| 4.            | <div>A</div> | <div>B</div> | <div>C</div> | <div>D</div> |                |
| 5.            | <div>A</div> | <div>B</div> | <div>C</div> | <div>D</div> |                |
| 6.            | <div>A</div> | <div>B</div> | <div>C</div> | <div>D</div> |                |
| 7.            | <div>A</div> | <div>B</div> | <div>C</div> | <div>D</div> |                |
| 8.            | <div>A</div> | <div>B</div> | <div>C</div> | <div>D</div> |                |
| 9.            | <div>A</div> | <div>B</div> | <div>C</div> | <div>D</div> |                |
| 10.           | <div>A</div> | <div>B</div> | <div>C</div> | <div>D</div> |                |
| 11.           | <div>A</div> | <div>B</div> | <div>C</div> | <div>D</div> |                |
| 12.           | <div>A</div> | <div>B</div> | <div>C</div> | <div>D</div> |                |
| 13.           | <div>A</div> | <div>B</div> | <div>C</div> | <div>D</div> |                |
| 14.           | <div>A</div> | <div>B</div> | <div>C</div> | <div>D</div> |                |
| 15.           | <div>A</div> | <div>B</div> | <div>C</div> | <div>D</div> |                |
| 16.           | <div>A</div> | <div>B</div> | <div>C</div> | <div>D</div> |                |

**Wypełnia Szkolna Komisja Konkursowa**

Suma uzyskanych punktów: .....

.....  
**Podpis nauczyciela oceniającego (imieniem i nazwiskiem)**

Login uczestnika

|  |
|--|
|  |
|--|

Pieczęć szkoły

.....

Data urodzenia uczestnika

|  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|

Dzień      Miesiąc      Rok

**Wojewódzki Konkurs Matematyczny**  
**dla uczniów szkół podstawowych województwa wielkopolskiego**  
**Stopień rejonowy 2022/2023**  
**„Matematyczne podróże”**

**Instrukcja dla uczestnika:**

1. Sprawdź, czy test zawiera **15 stron**. Ewentualny brak stron lub inne usterki zgłoś Komisji przed rozpoczęciem konkursu.
2. Czytaj uważnie wszystkie teksty i zadania. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra piszącego czarnym lub niebieskim kolorem. Nie używaj korektora.
3. Test, do którego przystępujesz, zawiera **22 zadania**. Wśród nich są zadania zamknięte, zadania typu prawda fałsz oraz zadania otwarte wymagające krótszej lub dłuższej odpowiedzi. Zadania zamknięte to zadania od 1 do 15. Zadania prawda - fałsz to zadania od 16 do 17.
4. W każdym **zadaniu zamkniętym** wybierz tylko **jedną odpowiedź** i zamaluj długopisem/piórem odpowiednią kratkę na karcie odpowiedzi, np. gdy wybrałeś odpowiedź „A”:

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| A | B | C | D |
|---|---|---|---|

Jeśli się pomylisz, błędne zaznaczenie otocz kółkiem i zaznacz inną odpowiedź, np.:

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| A | B | C | D |
|---|---|---|---|

Za każdą poprawnie udzieloną odpowiedź otrzymasz jeden punkt, a za odpowiedzi błędne lub brak odpowiedzi – zero punktów.

5. W zadaniach **prawda – fałsz** oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz **P**, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo **F** – jeśli jest fałszywe, np. gdy wybrałeś odpowiedź „P”:

|   |   |
|---|---|
| P | F |
|---|---|

Jeśli się pomylisz, błędne zaznaczenie otocz kółkiem i zaznacz inną odpowiedź, np.:

|   |   |
|---|---|
| P | F |
|---|---|

6. W zadaniach **otwartych** zapisz rozwiązania starannie i czytelnie w miejscach wyznaczonych przy poszczególnych zadaniach. Pamiętaj, że pominięcie uzasadnienia lub części obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów. Pomyłki przekreślaj (nie stosuj korektora).
7. Rozwiązując zadania, możesz korzystać z przyborów geometrycznych (linijki i cyrkla) oraz ze strony oznaczonej jako **brudnopis**. Zapisy w brudnopisie nie będą sprawdzane i oceniane.
8. Podczas trwania konkursu nie możesz korzystać z żadnych pomocy naukowych (w tym również kalkulatora i urządzeń elektronicznych) oraz podpowiedzi kolegów – narażasz ich i siebie na dyskwalifikację. Nie wolno Ci również zwracać się z jakimikolwiek wątpliwościami do członków Komisji Konkursowej.
9. Za rozwiązanie całego testu możesz otrzymać maksymalnie **35 punktów**. Do stopnia wojewódzkiego zakwalifikują się uczniowie, którzy zdobędą co najmniej **85% punktów, czyli 30 punktów**.
10. Na udzielenie odpowiedzi masz **90 minut**.

**Życzymy Ci powodzenia!**

**Wypełnia Komisja (po rozkodowaniu pracy)**

.....

Imię i nazwisko uczestnika

Liczba uzyskanych punktów ..... / **35**



**Zadanie 1. (1 p.)**

Liczba uzyskanych punktów: \_\_\_\_/ 1

Dana jest liczba  $a = 3001 + \frac{3001}{3000} - 3001 \cdot \frac{3001}{3000}$ . Wskaż zdanie **fałszywe**.

- A. Liczba  $a$  jest większa od  $(-1)$ .  
B. Liczba  $a$  jest całkowita.  
C. Liczba  $a$  jest mniejsza od 1.  
D. Liczba  $a$  jest ujemna.

**Zadanie 2. (1 p.)**

Liczba uzyskanych punktów: \_\_\_\_/ 1

Działka budowlana ma kształt prostokąta o wymiarach  $16\text{ m} \times 26\text{ m}$ . Dom, który można postawić na działce ma stać co najmniej 4 metry od granicy działki. Maksymalna powierzchnia działki, na której można postawić dom jest równa:

- A.  $128\text{ m}^2$                       B.  $132\text{ m}^2$                       C.  $112\text{ m}^2$                       D.  $144\text{ m}^2$

**Zadanie 3. (1 p.)**

Liczba uzyskanych punktów: \_\_\_\_/ 1

Rozwiązaniem układu  $\begin{cases} (2a+1)x - 8y = -4 \\ ax + 4y = 2b \end{cases}$  jest para liczb  $x = 4$  i  $y = -2$ . Wartości  $a$  i  $b$  wynoszą.

- A.  $\begin{cases} a = -6 \\ b = -16 \end{cases}$                       B.  $\begin{cases} a = -3 \\ b = -10 \end{cases}$                       C.  $\begin{cases} a = 2 \\ b = 0 \end{cases}$                       D.  $\begin{cases} a = -2 \\ b = -8 \end{cases}$

**Zadanie 4. (1 p.)**

Liczba uzyskanych punktów: \_\_\_\_/ 1

Wynik działania  $4 \cdot 7^2 \cdot 8^{38} - 3 \cdot 2^{120}$  zapisany w postaci potęgi liczby 2 wynosi:

- A.  $2^{120}$                       B.  $2^{116}$                       C.  $2^{98}$                       D.  $2^{112}$

**Zadanie 5. (1 p.)**

Liczba uzyskanych punktów: \_\_\_\_/ 1

Do pomalowania pewnej sześciennej kostki potrzeba 2,5 litra farby. Ile litrów tej samej farby będziemy potrzebować, jeśli zechcemy pomalować sześcienną kostkę o krawędzi 2 razy dłuższej niż dana?

- A. 5 litrów                      B. 6,25 litra                      C. 10 litrów                      D. 12 litrów

**Zadanie 6. (1 p.)**

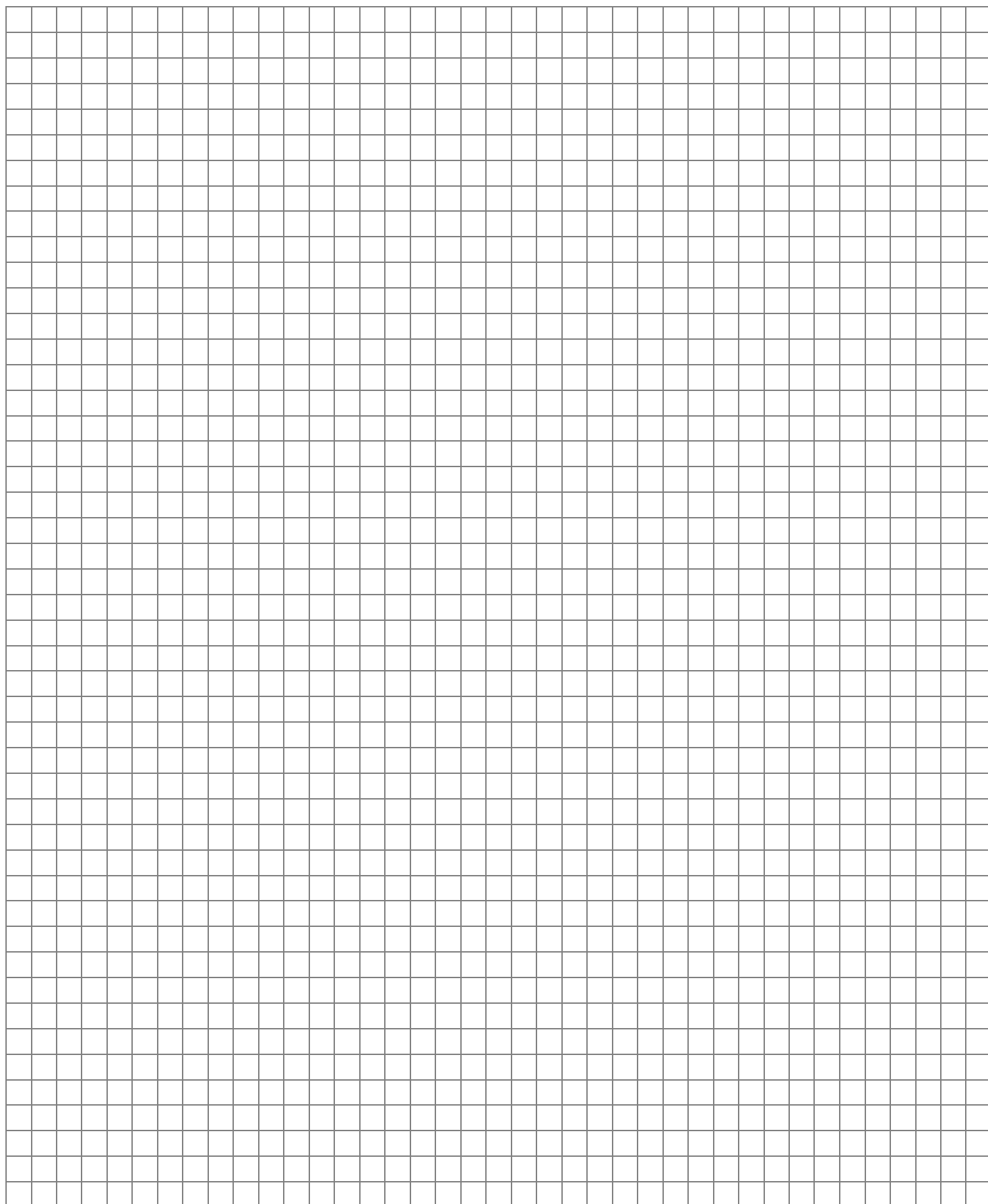
Liczba uzyskanych punktów: \_\_\_\_/ 1

Janek zaplanował dwudniową wycieczkę rowerową. Pierwszego dnia przejechał  $\frac{3}{8}$  całej trasy. Drugiego dnia zepsuł mu się rower i przejechał tylko 20% z pozostałej części trasy. Zostało mu jeszcze 35 km do przejechania. Długość całej trasy wycieczki Janka wynosiła:

- A. 70 km                      B. 80 km                      C. 90 km                      D. 75 km

Wojewódzki Konkurs Matematyczny  
dla uczniów szkół podstawowych województwa wielkopolskiego  
STOPIEŃ REJONOWY 2022/2023

**Brudnopis** (nie podlega ocenie)



**Zadanie 7. (1 p.)**

Liczba uzyskanych punktów: \_\_\_\_/ 1

Po podwyżce o  $p\%$  chleb kosztuje  $x$  zł, przed podwyżką chleb kosztował:

A.  $x - p\%$

B.  $\frac{100}{p} \cdot x$

C.  $\frac{x}{100+p} \cdot 100$

D.  $x - \frac{p}{100} \cdot x$

**Zadanie 8. (1 p.)**

Liczba uzyskanych punktów: \_\_\_\_/ 1

Ze zbioru liczb naturalnych dwucyfrowych mniejszych od 30 wylosowano jedną liczbę. Prawdopodobieństwo tego, że wylosowana liczba jest podzielna przez 2 lub 3 wynosi:

A.  $\frac{13}{19}$

B.  $\frac{13}{20}$

C.  $\frac{15}{19}$

D.  $\frac{15}{20}$

**Zadanie 9. (1 p.)**

Liczba uzyskanych punktów: \_\_\_\_/ 1

Drewniany sześcián pomalowano białą farbą i rozcięto na 64 jednakowe sześciány. Liczba sześciánów, których żadna ściana nie jest pomalowana białą farbą jest równa:

A. 4

B. 8

C. 12

D. 2

**Zadanie 10. (1 p.)**

Liczba uzyskanych punktów: \_\_\_\_/ 1

Krawędzie prostopadłościanu wychodzące z jednego wierzchołka wynoszą odpowiednio 10 cm, 3 cm i 4 cm. Długość przekątnej tego prostopadłościanu jest równa:

A.  $5\sqrt{5}$  cm

B. 15 cm

C.  $3\sqrt{5}$  cm

D. 13 cm

**Zadanie 11. (1 p.)**

Liczba uzyskanych punktów: \_\_\_\_/ 1

Wartość wyrażenia  $\sqrt{(-142)^2 \cdot 6^2 + (-142)^2 \cdot 8^2}$  jest równa:

A. 1420

B. 248

C. 1988

D. -1988

**Zadanie 12. (1 p.)**

Liczba uzyskanych punktów: \_\_\_\_/ 1

Jeżeli ułamek  $\frac{3x}{x+y} = \frac{2}{3}$ , gdzie  $x + y \neq 0$ . To wartość ułamka  $\frac{3y}{x+y}$  będzie równa:

A.  $\frac{2}{3}$

B.  $\frac{1}{3}$

C.  $\frac{7}{3}$

D.  $\frac{4}{3}$

**Zadanie 13. (1 p.)**

Liczba uzyskanych punktów: \_\_\_\_/ 1

Cztery pająki średnio łapią 4 muchy w ciągu 4 godzin. Ile pająków potrzeba aby złapać 12 much w 8 godzin?

A. 8

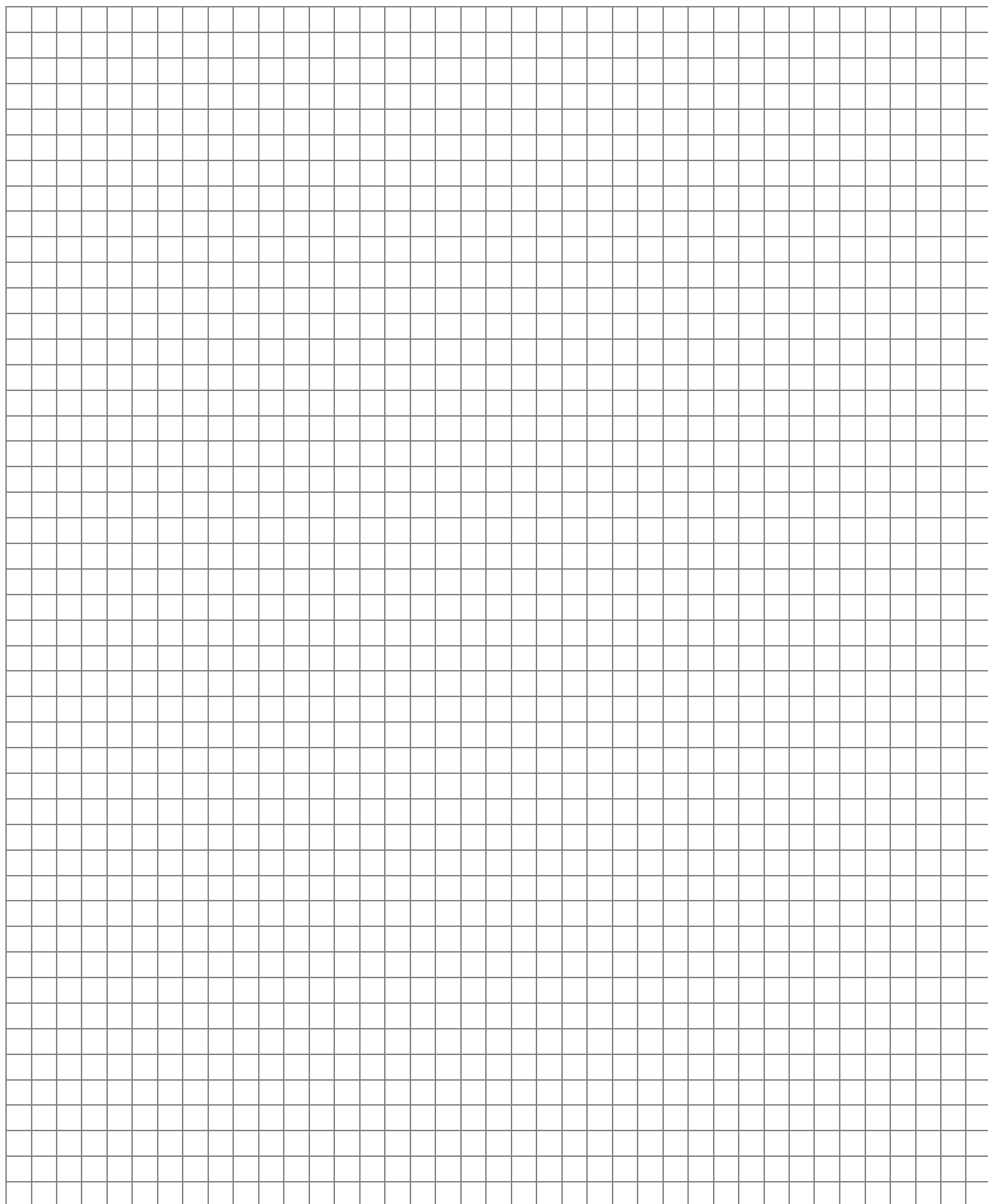
B. 6

C. 12

D. 16

Wojewódzki Konkurs Matematyczny  
dla uczniów szkół podstawowych województwa wielkopolskiego  
STOPIEŃ REJONOWY 2022/2023

**Brudnopis** (nie podlega ocenie)



**Zadanie 14. (1 p.)**

Liczba uzyskanych punktów: \_\_\_\_/ 1

O godzinie 19<sup>20</sup> kąt wypukły między wskazówkami minutową i godzinową zegara analogowego jest:

- A. mniejszy od kąta prostego    B. wielokrotnością 12    C. liczbą podzielną przez 10    D. prosty

**Zadanie 15. (1 p.)**

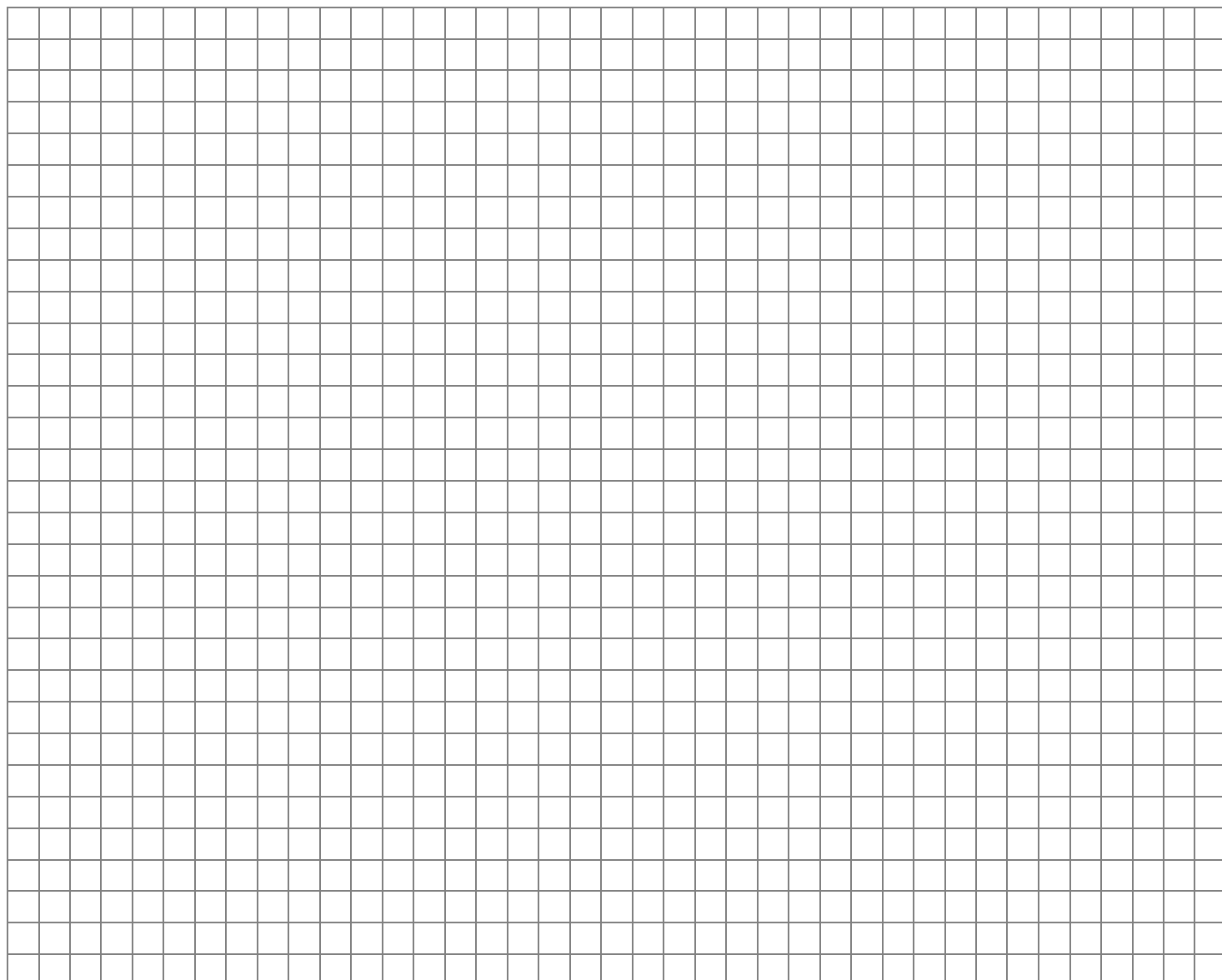
Liczba uzyskanych punktów: \_\_\_\_/ 1

Od poniedziałku do niedzieli Ania zapisywała liczbę kroków, które przeszła każdego dnia tygodnia. Liczby, które zapisała Ania to: 7550, 7550, 4500, 4000, 6200, 6400, 5800.

Mediana tych liczb wynosi:

- A. 4000                                  B. 6000                                  C. 7550                                  D. 6200

**Brudnopis** (nie podlega ocenie)



## Zadania otwarte

### Zadanie 16. (3 p.)

Liczba uzyskanych punktów: \_\_\_\_ / 3

Z trzech identycznych trójkątów prostokątnych równoramiennych zbudowano trapez równoramienny. Pole trapezu jest równe  $108 \text{ cm}^2$ .

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli zdanie jest fałszywe.

|                                            |   |   |
|--------------------------------------------|---|---|
| Ramię trapezu ma długość $6\sqrt{2}$ cm.   | P | F |
| Dłuższa podstawa trapezu ma długość 12 cm. | P | F |
| Wysokość trapezu ma długość 6 cm.          | P | F |

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin gray lines. There are 20 columns and 20 rows of squares, creating a total of 400 square units. The grid covers the entire area of the page, leaving no margins or other markings.

Liczba uzyskanych punktów: \_\_\_\_/2

Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli zdanie jest fałszywe.

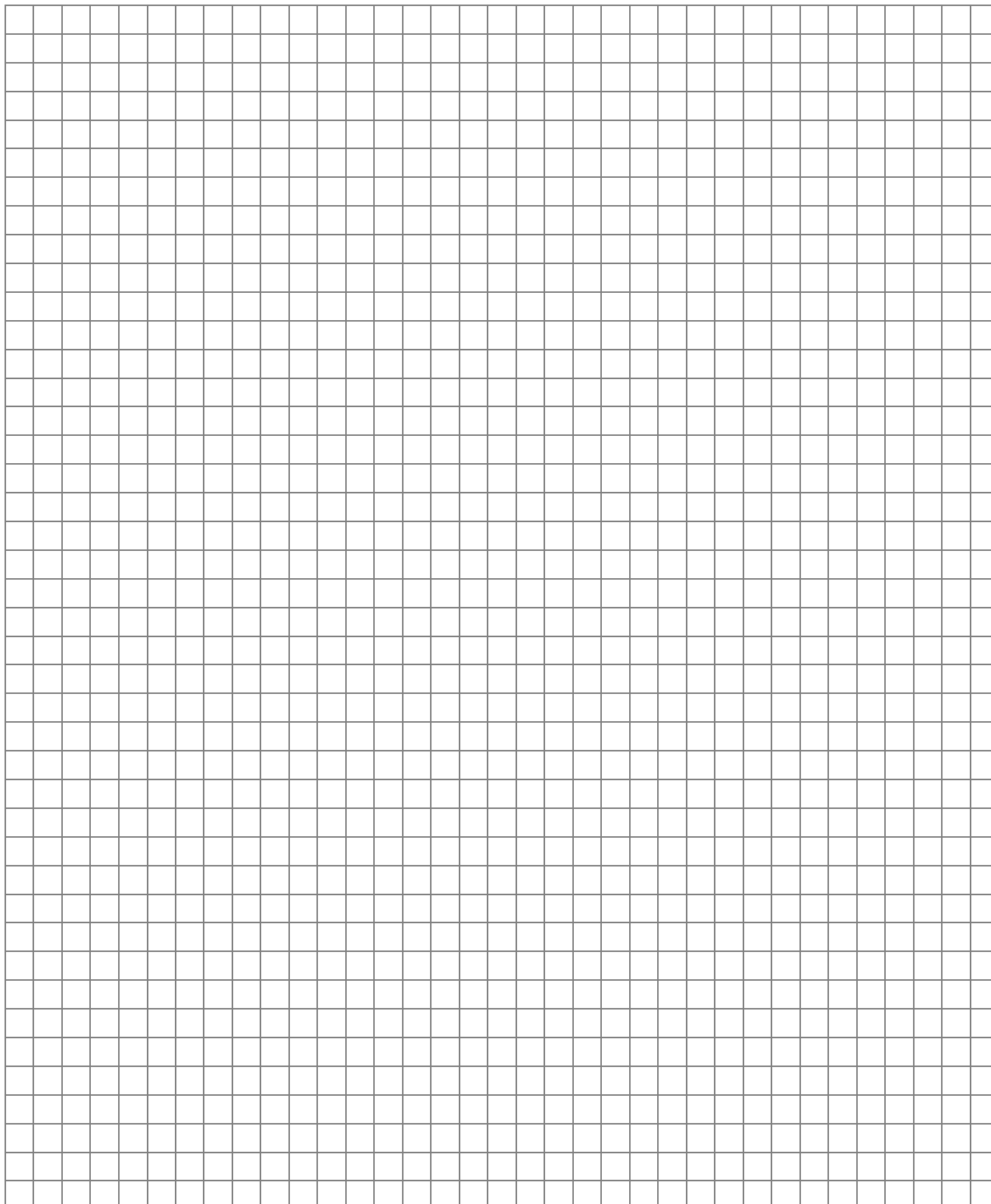
|                           |   |   |
|---------------------------|---|---|
| Książka ma 124 strony.    | P | F |
| Cyfrę 0 napisano 21 razy. | P | F |

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin, dark gray lines. There are no margins, text, or other markings on the page.

**Zadanie 18. (3 p.)**

Liczba uzyskanych punktów: \_\_\_\_/ 3

Przekątne deltoidu przecinają się w ten sposób, że trzy z powstałych odcinków są równej długości, a czwarty jest trzy razy dłuższy od każdego z pozostałych. Wiedząc, że dłuższy bok deltoidu ma długość  $4\sqrt{5}$  cm, wyznacz długość krótszego boku deltoidu. Zapisz wszystkie obliczenia.

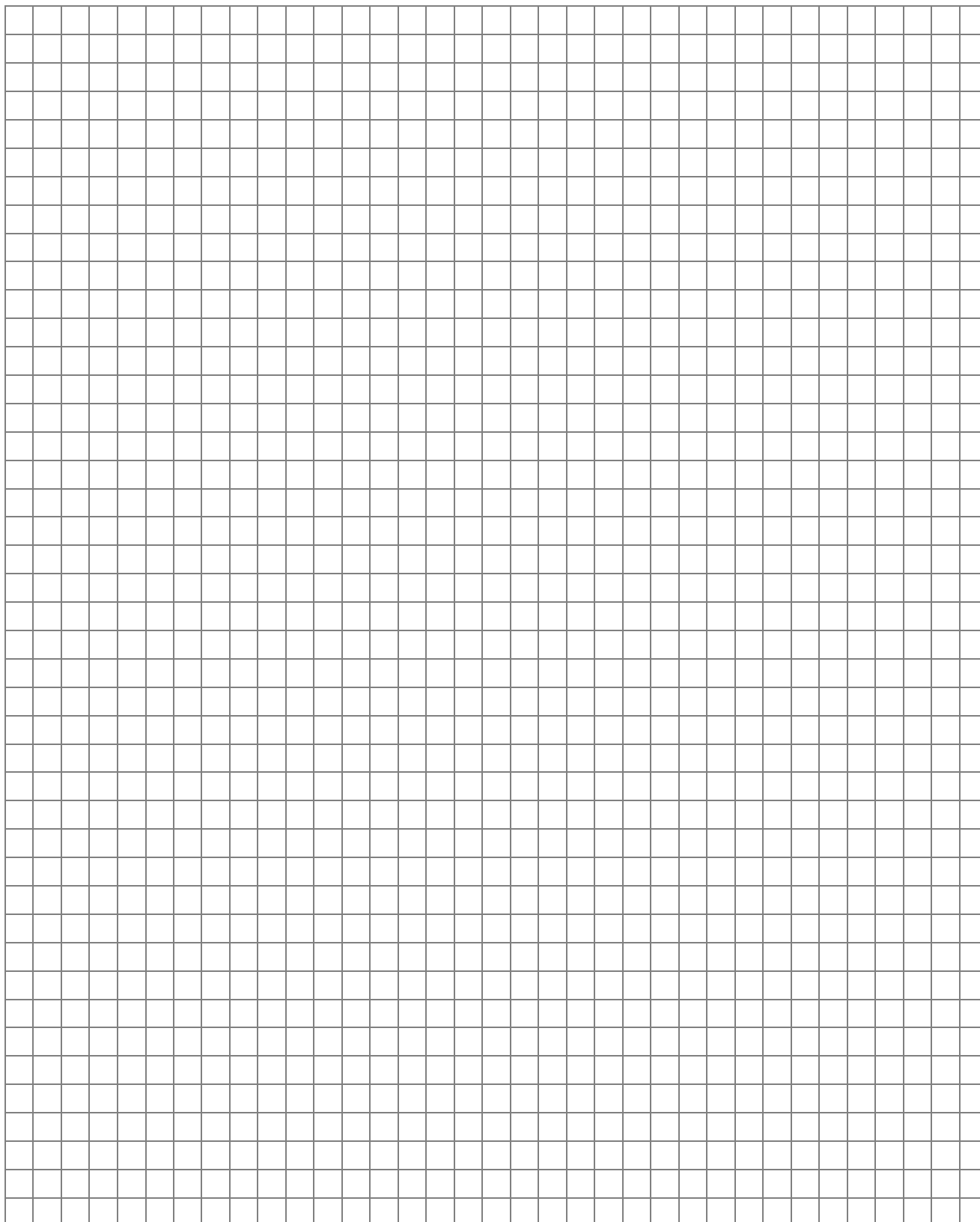




**Zadanie 19. (3 p.)**

Liczba uzyskanych punktów: \_\_\_\_/3

Dwa kąty w pewnym trójkącie wynoszą odpowiednio  $45^\circ$  i  $30^\circ$ . Oblicz długość najdłuższego boku tego trójkąta, jeżeli najkrótszy bok tego trójkąta wynosi 1 dm. Zapisz wszystkie obliczenia.



Liczba uzyskanych punktów: \_\_\_\_/4

Kasia jest o cztery lata młodsza od swojej siostry Judyty, a ich mama ma dwa razy więcej lat niż obie dziewczynki razem. Cztery lata temu mama Kasi i Judyty miała trzy razy więcej lat, niż miały wtedy jej córki razem. Ile lat ma teraz mama, Judyta i Kasia? Zapisz wszystkie obliczenia.

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin, dark gray lines. There are no margins, text, or other markings on the page.

Liczba uzyskanych punktów: \_\_\_\_/3

O godzinie 9:00 pszczoła wyleciała z ula na polanę z prędkością 24 km/h. Po przebyciu 18 km zatrzymała się na 15 minutowy odpoczynek i poleciała z prędkością o 50 % większą niż w pierwszym etapie lotu. O której godzinie pszczoła dotarła na polanę i jaka była średnia prędkość "podróży" pszczoły z ula na polanę, jeżeli druga część lotu trwała 1,5 godziny. Zapisz wszystkie obliczenia.

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin, dark gray lines. There are no margins, text, or other markings on the page.

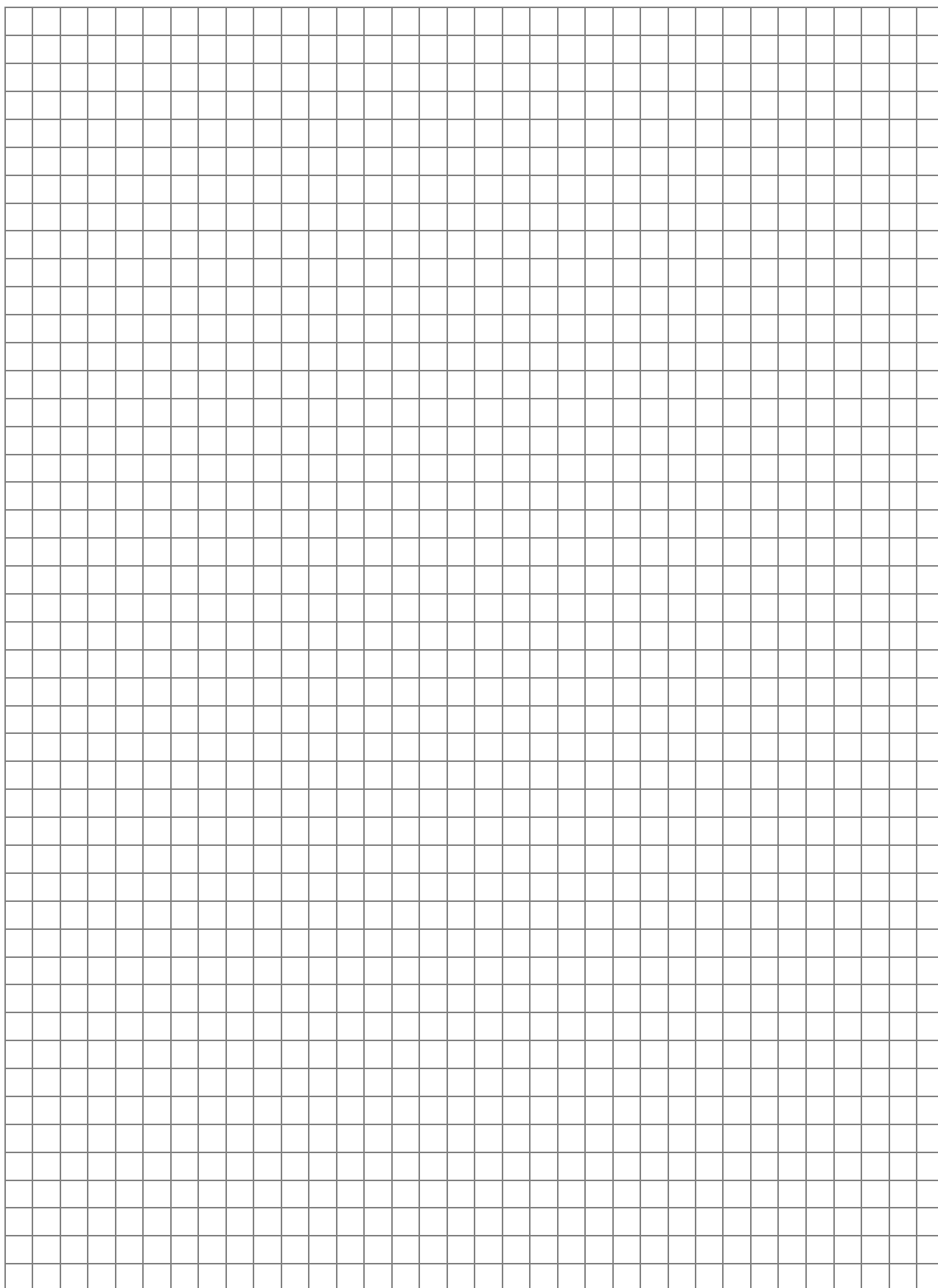
Liczba uzyskanych punktów: \_\_\_\_/2

Zapisz wszystkie obliczenia.

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin, dark gray lines. The grid covers the entire area of the page, leaving no margins or other markings. There are 20 columns and 20 rows of squares, creating a total of 400 square units.

Wojewódzki Konkurs Matematyczny  
dla uczniów szkół podstawowych województwa wielkopolskiego  
STOPIEŃ REJONOWY 2022/2023

**Brudnopis** (nie podlega ocenie)



### Karta odpowiedzi zadań zamkniętych

**Login uczestnika**

**Data urodzenia uczestnika**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|

Dzień      Miesiąc      Rok

**Wypełnia Komisja Konkursowa:**

Suma punktów za zadania zamknięte:

Suma punktów za zadania otwarte:

**Suma punktów za cały arkusz:**

| Numer zadania | Odpowiedzi                     |                                |                                |                                | Liczba punktów |
|---------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|----------------|
| 1.            | <input type="text" value="A"/> | <input type="text" value="B"/> | <input type="text" value="C"/> | <input type="text" value="D"/> |                |
| 2.            | <input type="text" value="A"/> | <input type="text" value="B"/> | <input type="text" value="C"/> | <input type="text" value="D"/> |                |
| 3.            | <input type="text" value="A"/> | <input type="text" value="B"/> | <input type="text" value="C"/> | <input type="text" value="D"/> |                |
| 4.            | <input type="text" value="A"/> | <input type="text" value="B"/> | <input type="text" value="C"/> | <input type="text" value="D"/> |                |
| 5.            | <input type="text" value="A"/> | <input type="text" value="B"/> | <input type="text" value="C"/> | <input type="text" value="D"/> |                |
| 6.            | <input type="text" value="A"/> | <input type="text" value="B"/> | <input type="text" value="C"/> | <input type="text" value="D"/> |                |
| 7.            | <input type="text" value="A"/> | <input type="text" value="B"/> | <input type="text" value="C"/> | <input type="text" value="D"/> |                |
| 8.            | <input type="text" value="A"/> | <input type="text" value="B"/> | <input type="text" value="C"/> | <input type="text" value="D"/> |                |
| 9.            | <input type="text" value="A"/> | <input type="text" value="B"/> | <input type="text" value="C"/> | <input type="text" value="D"/> |                |
| 10.           | <input type="text" value="A"/> | <input type="text" value="B"/> | <input type="text" value="C"/> | <input type="text" value="D"/> |                |
| 11.           | <input type="text" value="A"/> | <input type="text" value="B"/> | <input type="text" value="C"/> | <input type="text" value="D"/> |                |
| 12.           | <input type="text" value="A"/> | <input type="text" value="B"/> | <input type="text" value="C"/> | <input type="text" value="D"/> |                |
| 13.           | <input type="text" value="A"/> | <input type="text" value="B"/> | <input type="text" value="C"/> | <input type="text" value="D"/> |                |
| 14.           | <input type="text" value="A"/> | <input type="text" value="B"/> | <input type="text" value="C"/> | <input type="text" value="D"/> |                |
| 15.           | <input type="text" value="A"/> | <input type="text" value="B"/> | <input type="text" value="C"/> | <input type="text" value="D"/> |                |

**Wypełnia Rejonowa Komisja Konkursowa**

**Suma uzyskanych punktów: .....**

.....

**Podpis nauczyciela oceniającego (imieniem i nazwiskiem)**

|  |
|--|
|  |
|--|

|  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|

Dzień

Miesiąc

Rok

**Wojewódzki Konkurs Matematyczny**  
**dla uczniów szkół podstawowych województwa wielkopolskiego**  
**Stopień wojewódzki 2022/2023**  
**„Matematyczne podróże”**

**Instrukcja dla uczestnika:**

1. Sprawdź, czy test zawiera **17 stron**. Ewentualny brak stron lub inne usterki zgłoś Komisji przed rozpoczęciem rozwiązywania testu.
2. Czytaj uważnie wszystkie teksty i zadania. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra piszącego czarnym lub niebieskim kolorem. Nie używaj korektora.
3. Test, do którego przystępujesz, zawiera **21 zadań**. Wśród nich są zadania zamknięte, zadania typu prawda fałsz oraz zadania otwarte wymagające krótszej lub dłuższej odpowiedzi. Zadania zamknięte to zadania od 1 do 15. Zadania prawda - fałsz to zadania 16 - 18.
4. W każdym **zadaniu zamkniętym** wybierz tylko **jedną odpowiedź** i zamaluj długopisem/piórem odpowiednią kratkę na karcie odpowiedzi, np. gdy wybrałeś odpowiedź „A”:

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| A | B | C | D |
|---|---|---|---|

Jeśli się pomylisz, błędne zaznaczenie otocz kółkiem i zaznacz inną odpowiedź, np.:

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| A | B | C | D |
|---|---|---|---|

Za każdą poprawnie udzieloną odpowiedź otrzymasz jeden punkt, a za odpowiedzi błędne lub brak odpowiedzi – zero punktów.

5. W zadaniach **prawda – fałsz** oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz **P**, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo **F** – jeśli jest fałszywe, np. gdy wybrałeś odpowiedź „P”:

|   |   |
|---|---|
| P | F |
|---|---|

Jeśli się pomylisz, błędne zaznaczenie otocz kółkiem i zaznacz inną odpowiedź, np.:

|   |   |
|---|---|
| P | F |
|---|---|

6. W zadaniach **otwartych** zapisz rozwiązania starannie i czytelnie w miejscach wyznaczonych przy poszczególnych zadaniach. Pamiętaj, że pominięcie uzasadnienia lub części obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów. Pomyłki przekreślaj (nie stosuj korektora).
7. Rozwiązując zadania, możesz korzystać z przyborów geometrycznych (linijki i cyrkla) oraz ze strony oznaczonej jako **brudnopis**. Zapisy w brudnopisie nie będą sprawdzane i oceniane.
8. Podczas trwania konkursu nie możesz korzystać z żadnych pomocy naukowych (w tym również kalkulatora i urządzeń elektronicznych) oraz podpowiedzi kolegów – narażasz ich i siebie na dyskwalifikację. Nie wolno Ci również zwracać się z jakimikolwiek wątpliwościami dotyczącymi treści zadań do członków Komisji Konkursowej.
9. Za rozwiązanie całego testu możesz otrzymać maksymalnie **34 punkty**. Finalistą konkursu zostaje uczestnik stopnia wojewódzkiego, który otrzyma minimum **55%** możliwych do zdobycia punktów. Laureatem zostaje uczestnik stopnia wojewódzkiego, który otrzyma minimum **90%** możliwych do zdobycia punktów.
10. Na udzielenie odpowiedzi masz **90 minut**.

**Życzymy Ci powodzenia!**

**Wypełnia Wojewódzka Komisja Konkursowa (po rozkodowaniu pracy)**

**Imię i nazwisko uczestnika**

**Liczba uzyskanych punktów ..... / 34**

**Zadanie 1. (1 p.)**

Liczba uzyskanych punktów: \_\_\_\_/ 1

Ania kupiła 5 litrów soku po 3,50 zł za litr, 3 litry soku po 4,50 zł za litr i 2 litry soku po 4 zł za litr. Średnia cena jednego litra soku kupionego przez Anię wynosiła:

- A. 3 zł                      B. 3,9 zł                      C. 3,5 zł                      D. 3,6 zł

**Zadanie 2. (1 p.)**

Liczba uzyskanych punktów: \_\_\_\_/ 1

Pięciu przyjaciół planuje wspólną wycieczkę do Poznania. Trzech z nich ma zwiedzać Centrum Szyfrów Enigma, a pozostali dwaj będą zwiedzać Muzeum Narodowe w Poznaniu. Na ile sposobów mogą podzielić się na takie dwie grupy?

- A. 20                      B. 5                      C. 10                      D. 30

**Zadanie 3. (1 p.)**

Liczba uzyskanych punktów: \_\_\_\_/ 1

Dana jest nierówność  $\frac{2-x}{3} - \frac{5-2x}{6} \geq x - 5$ . Ile liczb naturalnych spełnia tę nierówność?

- A. 5                      B. 6                      C. 3                      D. 4

**Zadanie 4. (1 p.)**

Liczba uzyskanych punktów: \_\_\_\_/ 1

Dane są liczby  $a = 8^3$                        $b = 128$                        $c = \left(\frac{1}{2}\right)^{-12}$ .

Jaki związek zachodzi między liczbami  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ?

- A.  $a < b < c$                       B.  $b < a < c$                       C.  $b < c < a$                       D.  $c < a < b$

**Zadanie 5. (1 p.)**

Liczba uzyskanych punktów: \_\_\_\_/ 1

Wartość wyrażenia  $2x^2 + 4xy + 2y^2$  dla  $x = 2\sqrt{2} + 1$  i  $y = \sqrt{2} - 1$  wynosi:

- A.  $18 - 20\sqrt{2}$                       B.  $18 - 11\sqrt{2}$                       C. 18                      D. 36

**Zadanie 6. (1 p.)**

Liczba uzyskanych punktów: \_\_\_\_/ 1

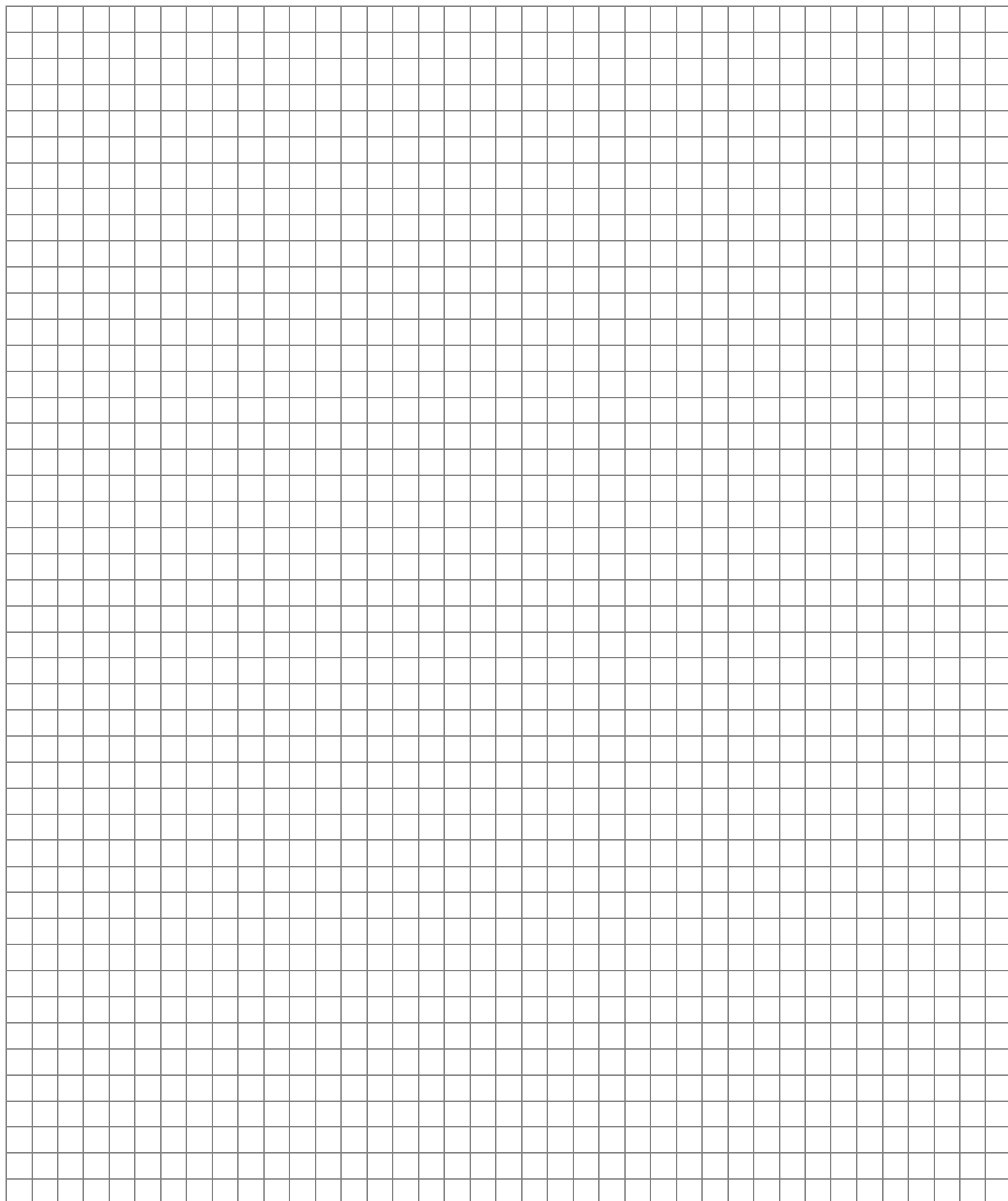
Równanie  $\frac{\sqrt{9x+3^2}}{\sqrt{0,09}} = \frac{2-\sqrt{49x}}{\sqrt[3]{0,027}}$  spełnia liczba:

- A. -0,7                      B. -1,75                      C. -0,1                      D. -0,5



Wojewódzki Konkurs Matematyczny  
dla uczniów szkół podstawowych województwa wielkopolskiego  
STOPIEŃ WOJEWÓDZKI 2022/2023

**Brudnopis** (nie podlega ocenie)



**Zadanie 7. (1 p.)**

Liczba uzyskanych punktów: \_\_\_\_/ 1

Bruno i Michał mieszkają przy ścieżce rowerowej. Odległość domu Bruna od domu Michała wynosi 22 km. Chłopcy postanowili się spotkać i wyruszyli naprzeciw siebie rowerami o godzinie 12:15. Michał jedzie ze średnią prędkością 30 km/h, a Bruno 25 km/h. Chłopcy się spotkają:

A. po 12:40

B. przed 12:35

C. po 12:35

D. po 12:45

**Zadanie 8. (1 p.)**

Liczba uzyskanych punktów: \_\_\_\_/ 1

W trójkącie prostokątnym jedna z przyprostokątnych ma długość 6 cm, a druga przyprostokątna jest o 3 cm krótsza od przeciwprostokątnej. Pole tego trójkąta wynosi:

A.  $36 \text{ cm}^2$ B.  $27 \text{ cm}^2$ C.  $22,5 \text{ cm}^2$ D.  $13,5 \text{ cm}^2$ **Zadanie 9. (1 p.)**

Liczba uzyskanych punktów: \_\_\_\_/ 1

Ośmiu robotników jest w stanie wykonać pewną pracę w ciągu 6 godzin. W jakim czasie tę samą pracę wykona 12 robotników?

A. 9 godzin

B. 4 godziny

C. 3 godziny

D. 2 godziny

**Zadanie 10. (1 p.)**

Liczba uzyskanych punktów: \_\_\_\_/ 1

Dane są dwa ostrosłupy prawidłowe trójkątne. Objętość pierwszego z nich jest równa  $V$ . Krawędź podstawy drugiego ostrosłupa jest 6 razy większa od krawędzi podstawy pierwszego ostrosłupa, a wysokość drugiego ostrosłupa jest o 75% mniejsza od wysokości pierwszego ostrosłupa? Ile razy drugi ostrosłup ma większą objętość niż pierwszy?

A. 9

B. 18

C. 12

D. 3

**Zadanie 11. (1 p.)**

Liczba uzyskanych punktów: \_\_\_\_/ 1

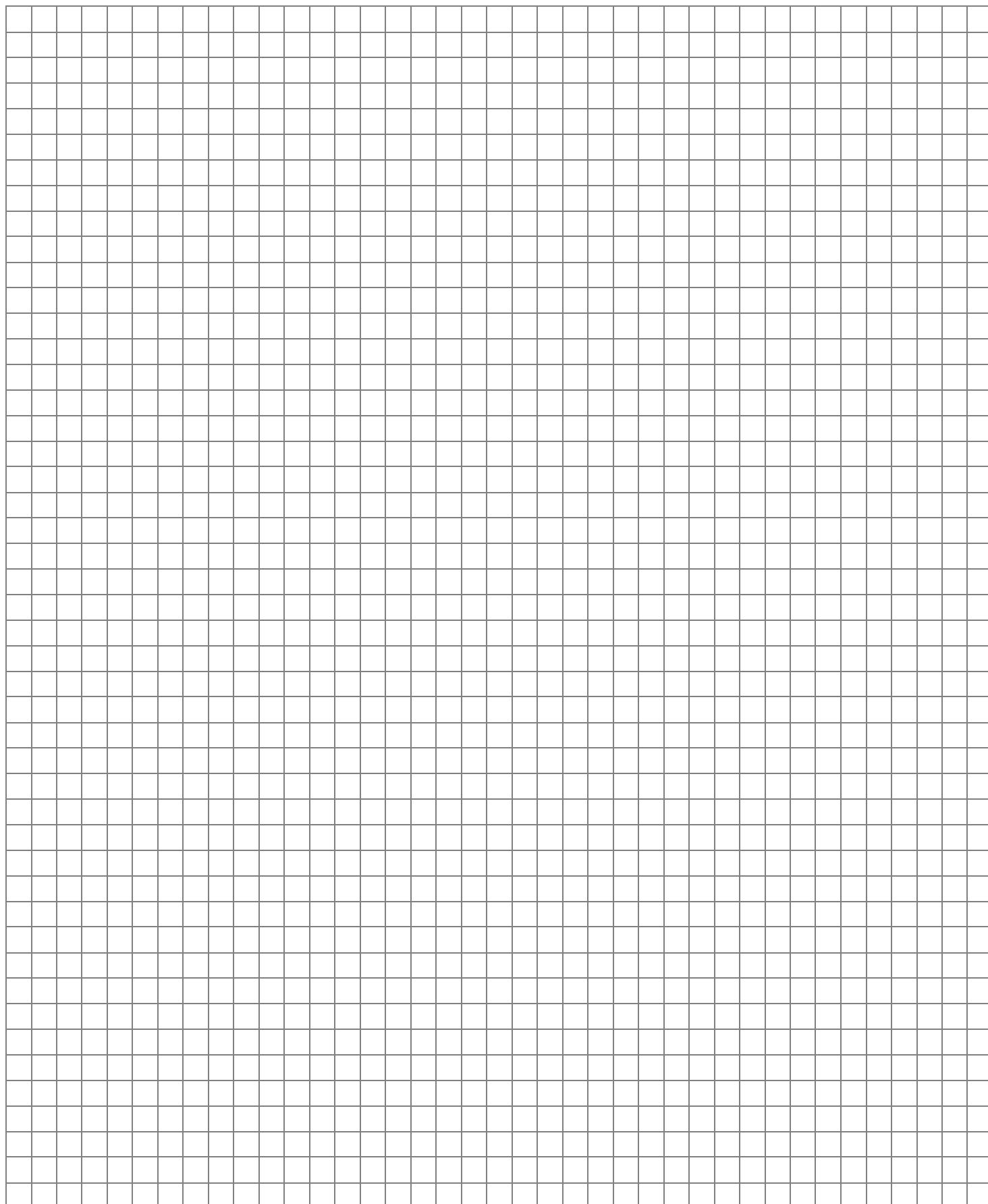
Punkty  $A = (-3,5)$  i  $B = (5,11)$  są wierzchołkami trójkąta równobocznego ABC. Wysokość tego trójkąta jest równa:

A. 10

B.  $5\sqrt{3}$ C.  $2,5\sqrt{3}$ D.  $10\sqrt{3}$

Wojewódzki Konkurs Matematyczny  
dla uczniów szkół podstawowych województwa wielkopolskiego  
STOPIEŃ WOJEWÓDZKI 2022/2023

**Brudnopis** (nie podlega ocenie)



**Zadanie 12. (1 p.)**

Liczba uzyskanych punktów: \_\_\_\_/ 1

Liczba przekątnych pewnego wielokąta wypukłego jest 3 razy większa od liczby jego boków. Wynika stąd, że suma kątów wewnętrznych tego wielokąta wynosi:

- A.  $2700^\circ$                       B.  $1260^\circ$                       C.  $1620^\circ$                       D.  $2340^\circ$

**Zadanie 13. (1 p.)**

Liczba uzyskanych punktów: \_\_\_\_/ 1

Dane jest działanie  $\left(1 + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{4}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{5}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 + \frac{1}{2010}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{2011}\right)$ . Wynikiem tego działania:

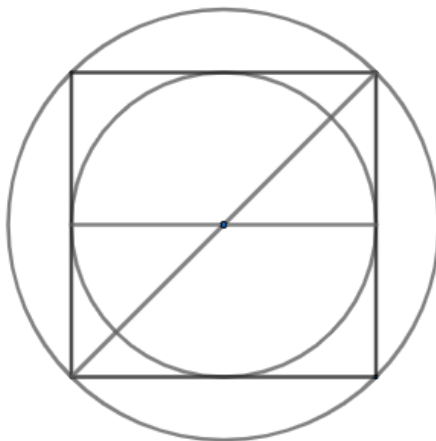
- A. nie będzie liczba całkowita                      B. będzie liczba mniejsza od 1000  
C. będzie liczba nieparzysta                      D. będzie liczba parzysta

**Zadanie 14. (1 p.)**

Liczba uzyskanych punktów: \_\_\_\_/ 1

Pole pierścienia kołowego przedstawionego na rysunku poniżej, ograniczonego okręgiem opisanym i wpisanym w kwadrat jest równe  $5\pi$ . Pole tego kwadratu jest równe:

- A. 20                      B. 40                      C. 10                      D. 5

**Zadanie 15. (1 p.)**

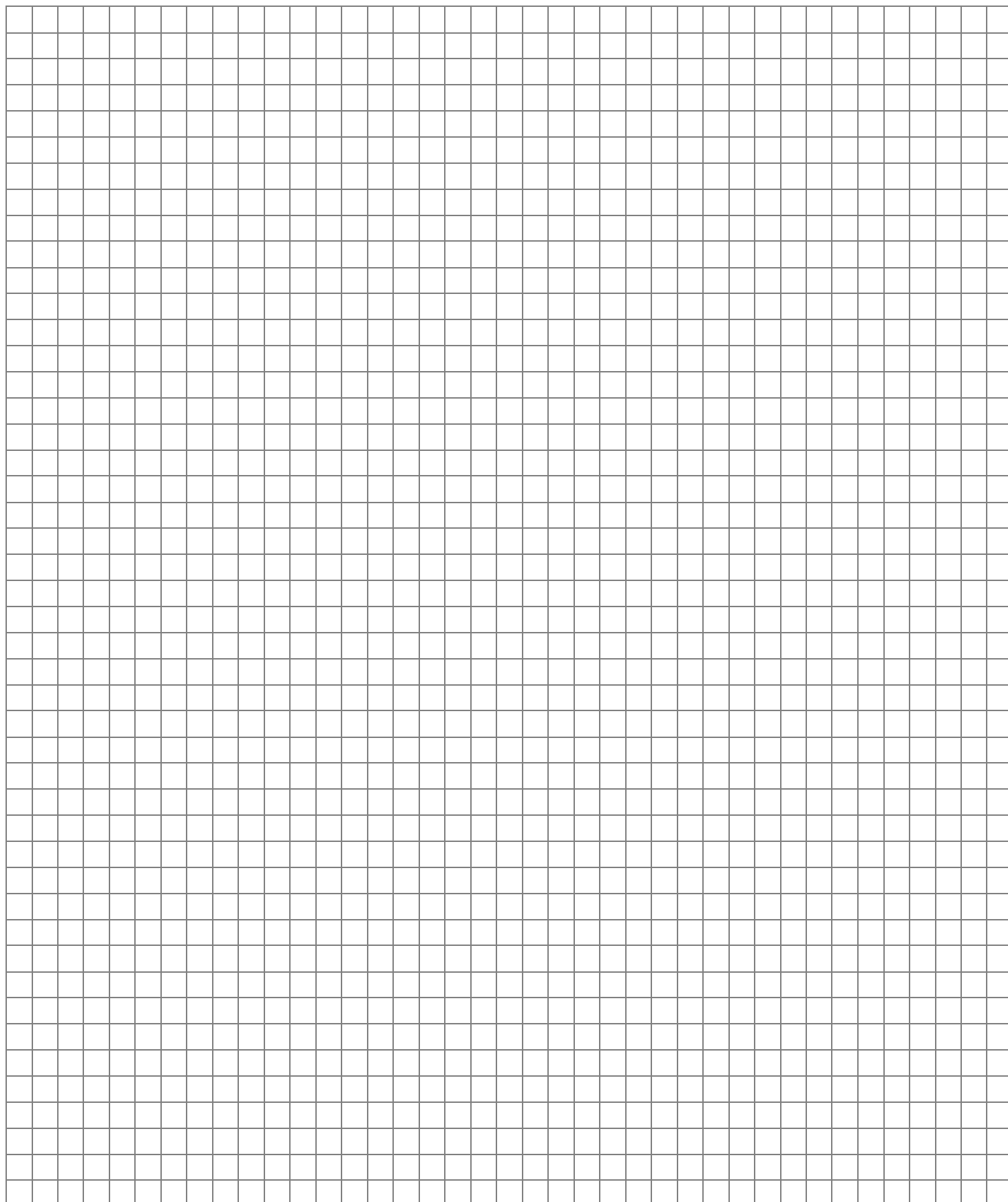
Liczba uzyskanych punktów: \_\_\_\_/ 1

Po dwukrotnej obniżce ceny za każdym razem o ten sam procent jego cena końcowa stanowi 64% ceny początkowej. O ile procent dokonywano każdorazowo obniżki towaru?

- A. 18%                      B. 20%                      C. 36%                      D. 32%

Wojewódzki Konkurs Matematyczny  
dla uczniów szkół podstawowych województwa wielkopolskiego  
STOPIEŃ WOJEWÓDZKI 2022/2023

**Brudnopis** (nie podlega ocenie)



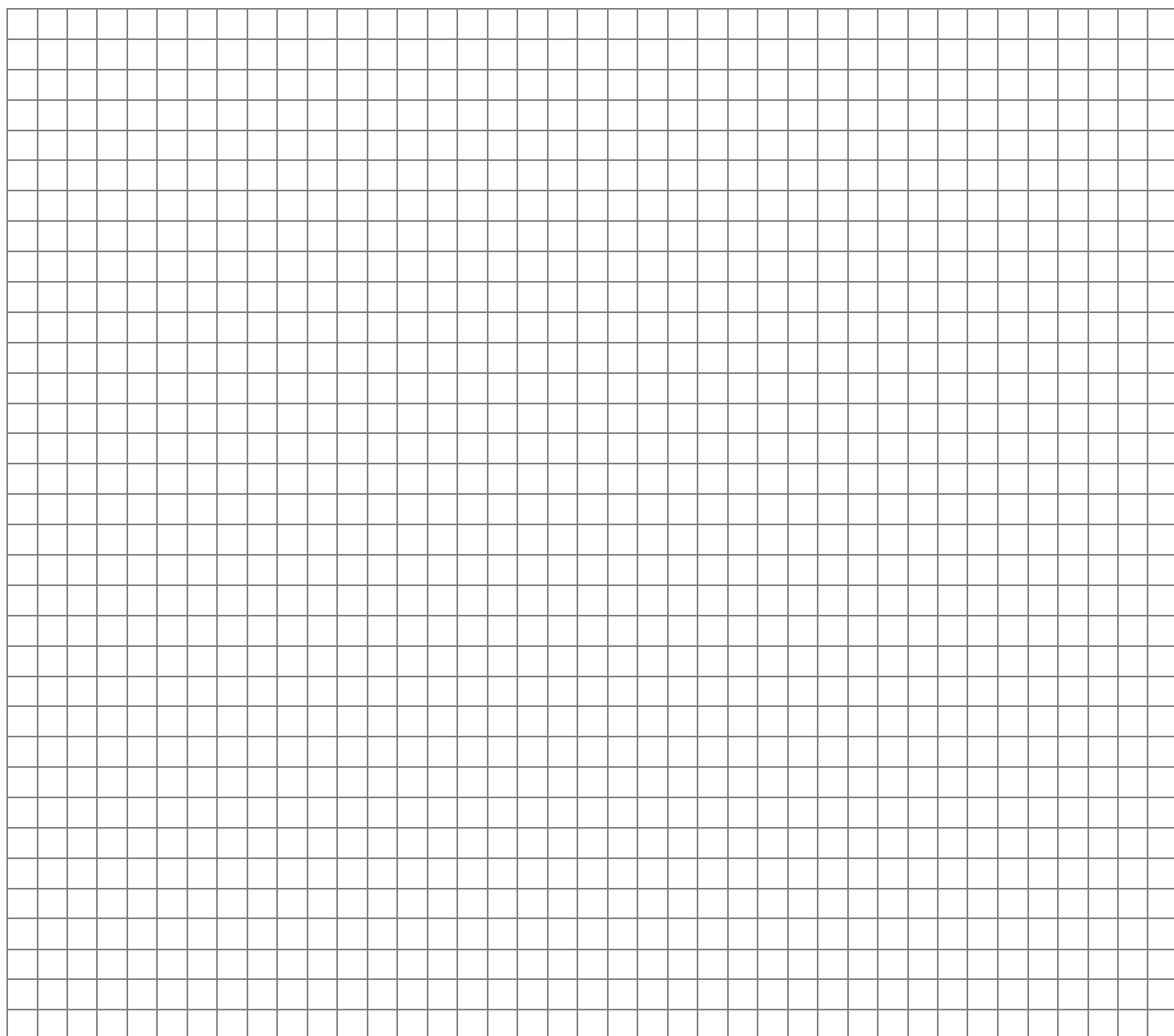


**Zadanie 17. (3 p.)**

Liczba uzyskanych punktów: \_\_\_\_/ 3

Zbudowano trójkąt z odcinków  $5k+4$ ,  $3k+1$ ,  $k+6$ , gdzie  $k$  jest liczbą naturalną, dla której ten trójkąt istnieje. Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli zdanie jest fałszywe.

|                                                             |   |   |
|-------------------------------------------------------------|---|---|
| Trójkąt o największym obwodzie ma obwód mniejszy od 30.     | P | F |
| Istnieją dokładnie dwa takie trójkąty.                      | P | F |
| Istnieje trójkąt równoramienny wśród zbudowanych trójkątów. | P | F |



Liczba uzyskanych punktów: \_\_\_/ 3

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli zdanie jest fałszywe.

|                                                                       |   |   |
|-----------------------------------------------------------------------|---|---|
| Liczba monet w skarbonce Marcina może być równa 25.                   | P | F |
| Największa liczba monet jaka może być w skarbonce Marcina wynosi 54 . | P | F |
| W skarbonce Marcina są przynajmniej 3 monety 2 zł.                    | P | F |

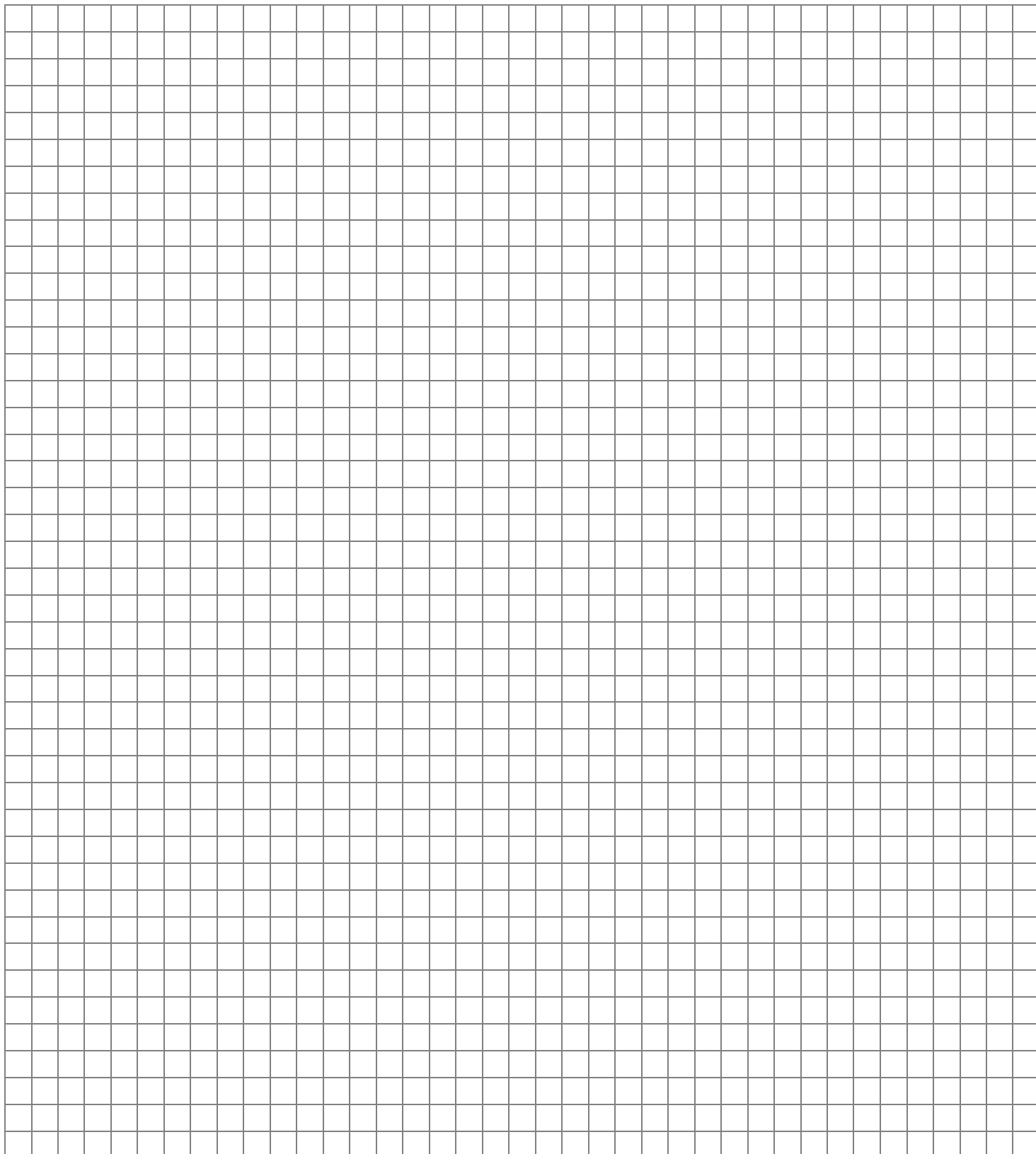
This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form a uniform pattern of small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings present.



**Zadanie 19. (3 p.)**

Liczba uzyskanych punktów: \_\_\_\_ / 3

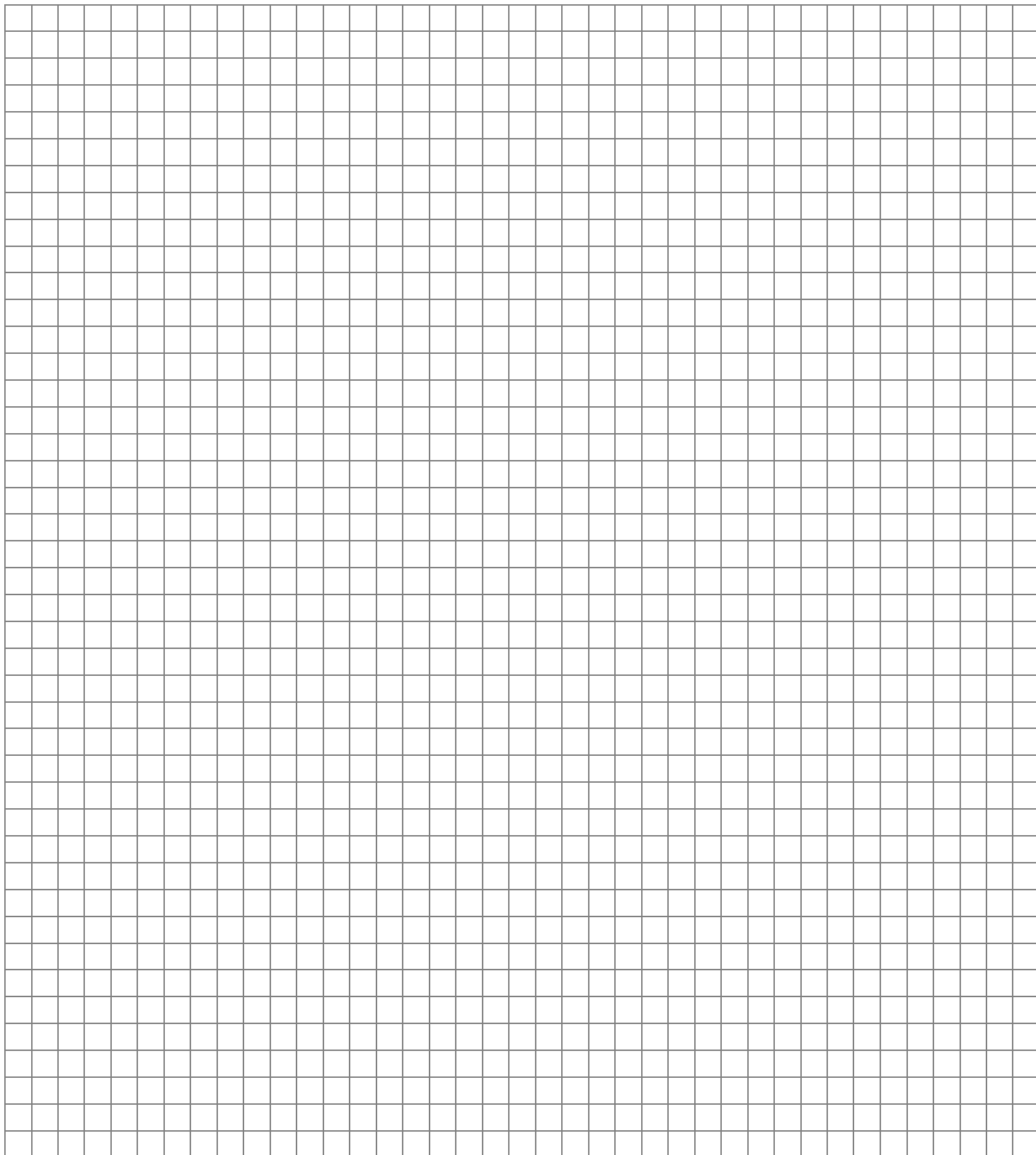
Liczba  $x = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$ . Wykaż, że liczba  $x$  jest całkowita. Zapisz rozwiązanie i podaj uzasadnienie.



**Zadanie 20. (2 p.)**

Liczba uzyskanych punktów: \_\_\_\_/ 2

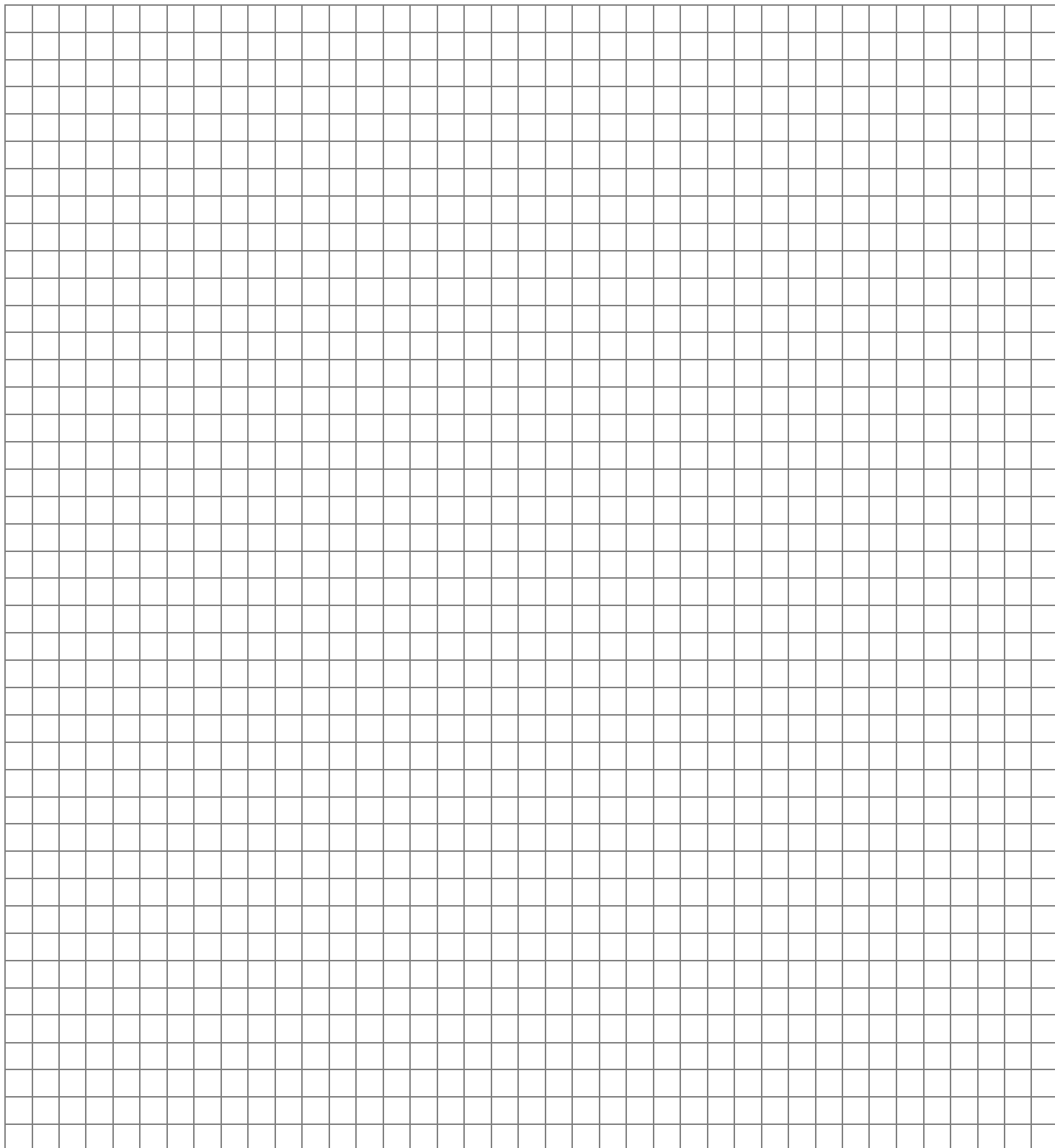
Wykaż, że suma  $8^{70} + 8^{69} + 8^{50} + 8^{49} + 8^{30} + 8^{29}$  jest podzielna przez 9. Zapisz rozwiązanie i podaj uzasadnienie.



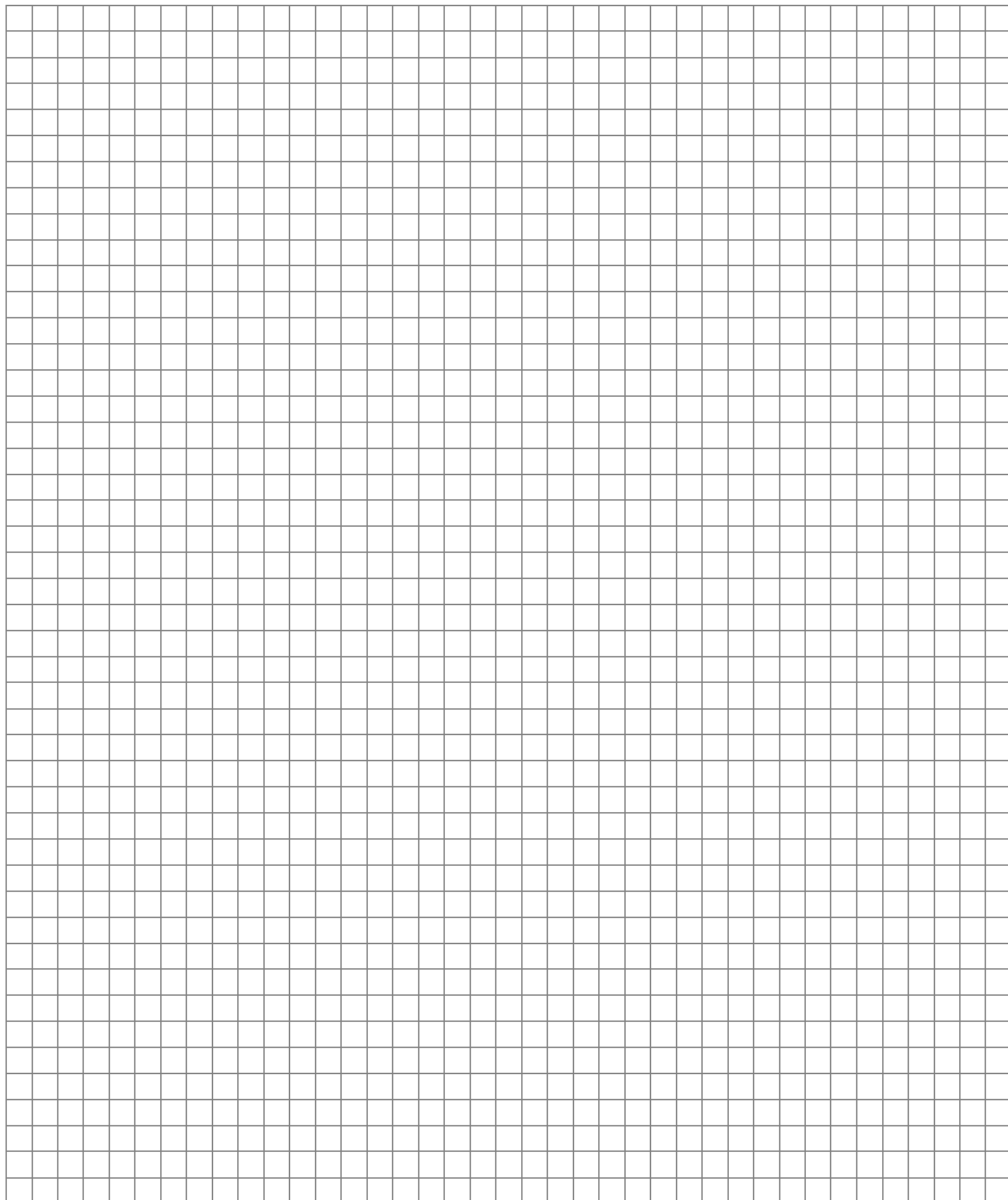
**Zadanie 21. (5 p.)**

Liczba uzyskanych punktów: \_\_\_\_ / 5

Punkt  $S$  jest wierzchołkiem ostrosłupa prawidłowego czworokątnego  $ABCD S$  o podstawie  $ABCD$ . Wyznacz pole powierzchni bocznej tego ostrosłupa, jeśli wiadomo, że trójkąt  $BSD$  jest równoboczny i objętość tego ostrosłupa wynosi  $10\frac{2}{3}\sqrt{6} \text{ cm}^3$ . Zapisz rozwiązanie.

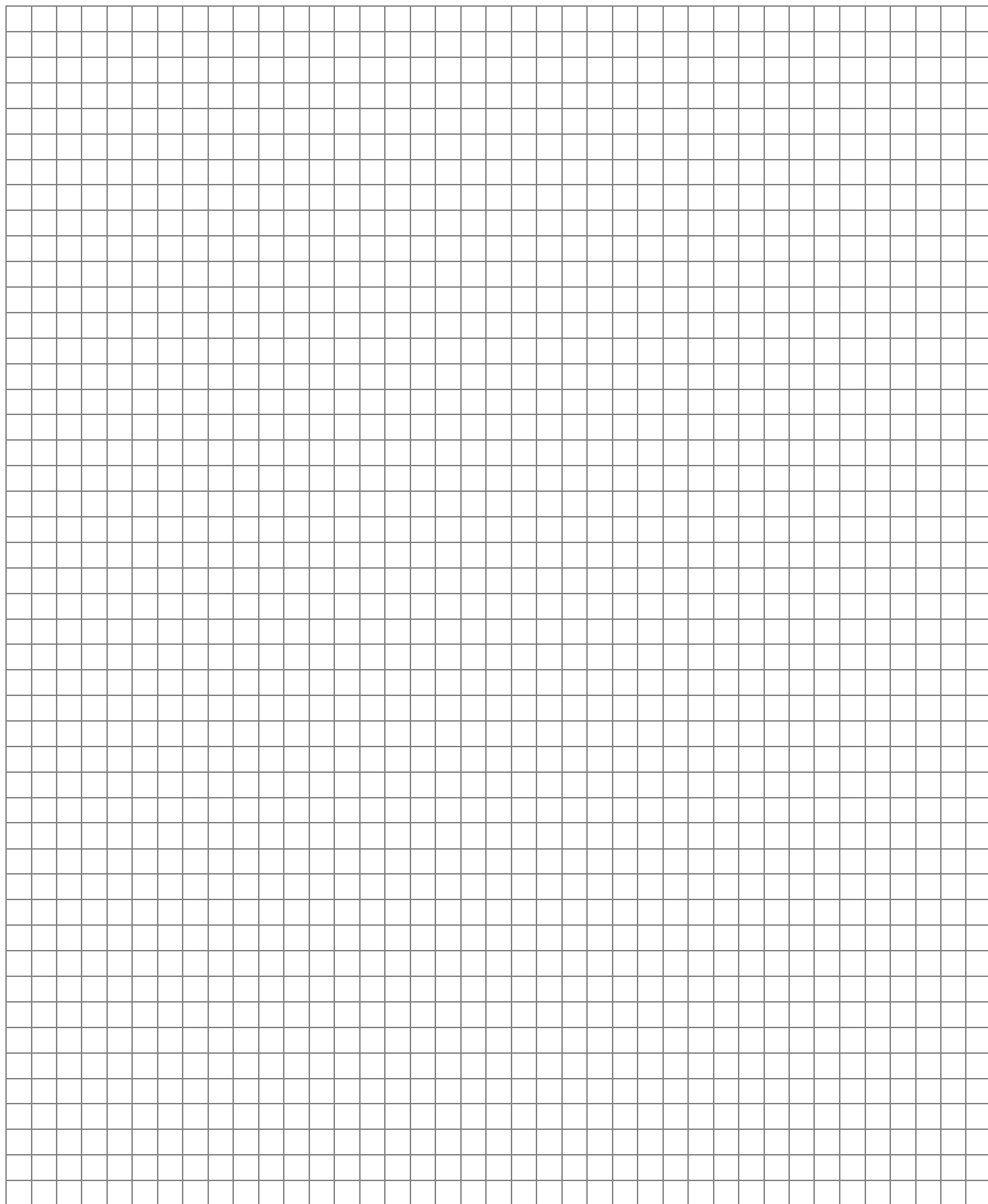


Wojewódzki Konkurs Matematyczny  
dla uczniów szkół podstawowych województwa wielkopolskiego  
STOPIEŃ WOJEWÓDZKI 2022/2023



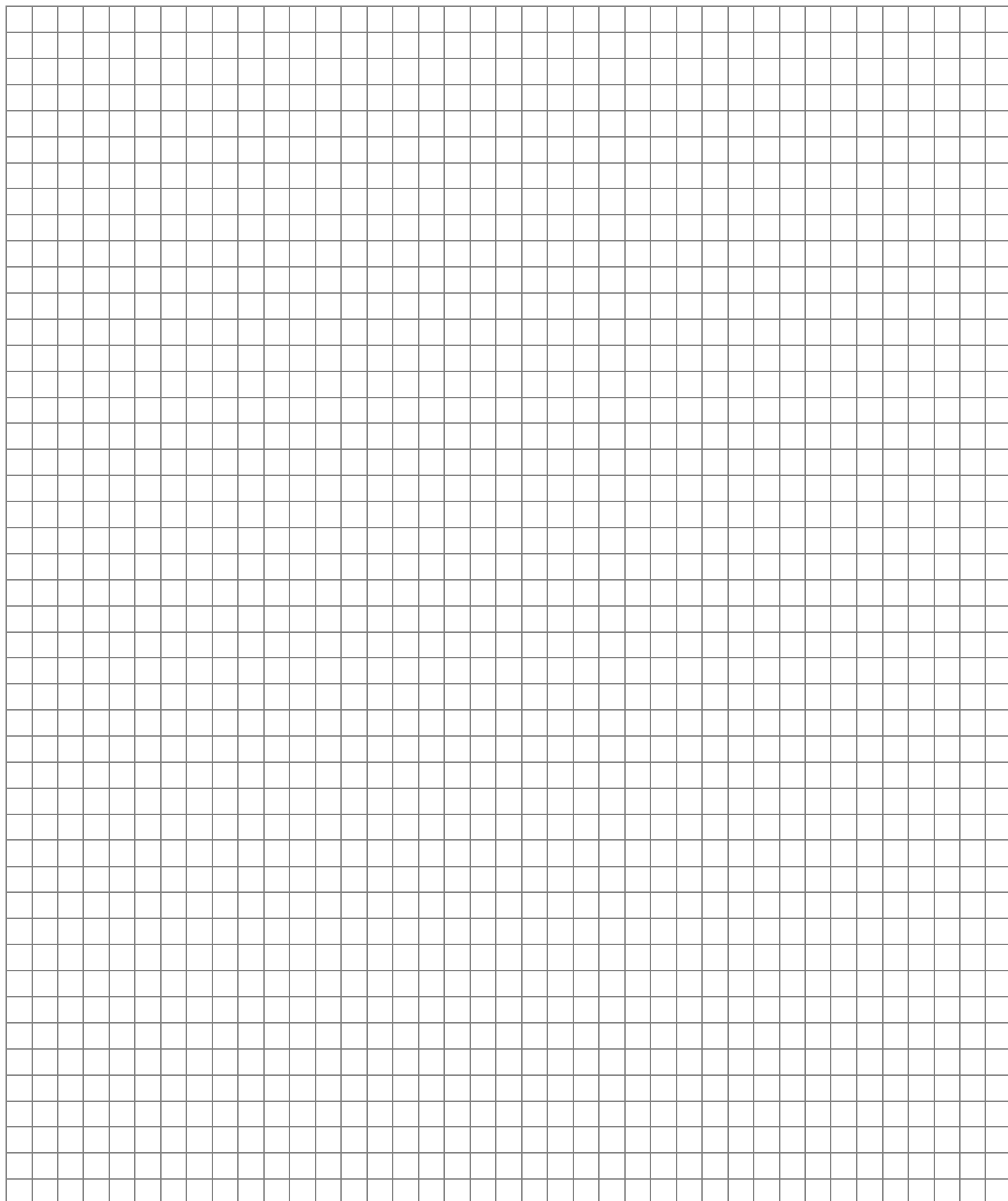
Wojewódzki Konkurs Matematyczny  
dla uczniów szkół podstawowych województwa wielkopolskiego  
STOPIEŃ WOJEWÓDZKI 2022/2023

**Brudnopis** (nie podlega ocenie)



Wojewódzki Konkurs Matematyczny  
dla uczniów szkół podstawowych województwa wielkopolskiego  
STOPIEŃ WOJEWÓDZKI 2022/2023

**Brudnopis** (nie podlega ocenie)



### Karta odpowiedzi zadań zamkniętych

Login uczestnika

Data urodzenia uczestnika

|  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|

Dzień      Miesiąc      Rok

**Wypełnia Komisja Konkursowa**

Suma punktów za zadania zamknięte

Suma punktów za zadania otwarte

Suma punktów za cały arkusz

| Numer zadania | Odpowiedzi                     |                                |                                |                                | Liczba punktów |
|---------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|----------------|
| 1.            | <input type="text" value="A"/> | <input type="text" value="B"/> | <input type="text" value="C"/> | <input type="text" value="D"/> |                |
| 2.            | <input type="text" value="A"/> | <input type="text" value="B"/> | <input type="text" value="C"/> | <input type="text" value="D"/> |                |
| 3.            | <input type="text" value="A"/> | <input type="text" value="B"/> | <input type="text" value="C"/> | <input type="text" value="D"/> |                |
| 4.            | <input type="text" value="A"/> | <input type="text" value="B"/> | <input type="text" value="C"/> | <input type="text" value="D"/> |                |
| 5.            | <input type="text" value="A"/> | <input type="text" value="B"/> | <input type="text" value="C"/> | <input type="text" value="D"/> |                |
| 6.            | <input type="text" value="A"/> | <input type="text" value="B"/> | <input type="text" value="C"/> | <input type="text" value="D"/> |                |
| 7.            | <input type="text" value="A"/> | <input type="text" value="B"/> | <input type="text" value="C"/> | <input type="text" value="D"/> |                |
| 8.            | <input type="text" value="A"/> | <input type="text" value="B"/> | <input type="text" value="C"/> | <input type="text" value="D"/> |                |
| 9.            | <input type="text" value="A"/> | <input type="text" value="B"/> | <input type="text" value="C"/> | <input type="text" value="D"/> |                |
| 10.           | <input type="text" value="A"/> | <input type="text" value="B"/> | <input type="text" value="C"/> | <input type="text" value="D"/> |                |
| 11.           | <input type="text" value="A"/> | <input type="text" value="B"/> | <input type="text" value="C"/> | <input type="text" value="D"/> |                |
| 12.           | <input type="text" value="A"/> | <input type="text" value="B"/> | <input type="text" value="C"/> | <input type="text" value="D"/> |                |
| 13.           | <input type="text" value="A"/> | <input type="text" value="B"/> | <input type="text" value="C"/> | <input type="text" value="D"/> |                |
| 14.           | <input type="text" value="A"/> | <input type="text" value="B"/> | <input type="text" value="C"/> | <input type="text" value="D"/> |                |
| 15.           | <input type="text" value="A"/> | <input type="text" value="B"/> | <input type="text" value="C"/> | <input type="text" value="D"/> |                |

**Wypełnia Wojewódzka Komisja Konkursowa**

Suma uzyskanych punktów: .....

.....  
**Podpis osoby oceniającej (imieniem i nazwiskiem)**

## KLUCZ PUNKTOWANIA ZADAŃ ZAMKNIĘTYCH I ZASADY OCENIANIA ZADAŃ OTWARTYCH

### 1. Klucz punktowania zadań zamkniętych.

Za każdą poprawną odpowiedź uczeń otrzymuje 1 punkt.

| Numer zadania      | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
|--------------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|
| Poprawna odpowiedź | A | B | D | B | B | B | A | D | B | C  | C  | D  | C  | D  | C  | D  |

### 2. Przykładowe rozwiązania i zasady oceniania zadań otwartych.

**Za każde poprawne i pełne rozwiązanie zadania nieuwzględnione w schemacie punktowania przyznajemy maksymalną liczbę punktów należnych za to zadanie.**

**UWAGA:** Nie jest wymagana od ucznia na końcu zadania wyraźnie sformułowana odpowiedź słowna wystarczy, że uczestnik wyznaczy, obliczy szukaną wartość, bądź przeprowadzi argumentację w zadaniu na dowodzenie.

### 3. Za każdą poprawną odpowiedź w zadaniach 17 -19 uczeń otrzymuje jeden punkt. Uczeń w tych zadaniach nie musi przedstawiać rozwiązania. Punktujemy jedynie zaznaczone odpowiedzi w tabeli.

**Zadanie 17. ( 3 p.)**

Liczba uzyskanych punktów: \_\_\_\_/ 3

W równoległoboku ABCD bok AB jest dwa razy dłuższy niż bok AD, a kąt ostry równoległoboku ma  $40^\circ$ . Punkt E będący środkiem odcinka AB połączono z wierzchołkiem C.

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli zdanie jest fałszywe.

|                                                         |   |   |
|---------------------------------------------------------|---|---|
| Miara kąta ECD wynosi $25^\circ$ .                      | P | F |
| Trójkąt EDC jest prostokątny.                           | P | F |
| Pole trójkąta EBC stanowi 25% pola równoległoboku ABCD. | P | F |



Wojewódzki Konkurs Matematyczny  
dla uczniów szkół podstawowych województwa wielkopolskiego  
STOPIEŃ SZKOLNY 2022/2023  
„Matematyczne podróże” - klucz odpowiedzi i zasady oceniania

**Zadanie 18. (3 p.)**

Liczba uzyskanych punktów: \_\_\_\_/ 3

Jasio zapytany o liczbę rodzeństwa odpowiedział: „Mam tyle samo siostr co braci.”, jego siostra Ania na to samo pytanie odpowiedziała: „Mam dwa razy więcej braci niż siostr.”

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli zdanie jest fałszywe.

|                                      |   |   |
|--------------------------------------|---|---|
| W tej rodzinie jest pięcioro dzieci. | P | F |
| W tej rodzinie są trzy dziewczyny.   | P | F |
| W tej rodzinie jest dwóch chłopców.  | P | F |

**Zadanie 19. (3p)**

Liczba uzyskanych punktów: \_\_\_\_/ 3

O liczbie  $S$  wiadomo, że  $S = 1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + 7 - 8 + \dots - 2028 + 2029$ .

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli zdanie jest fałszywe.

|                                    |   |   |
|------------------------------------|---|---|
| Liczba $S$ jest mniejsza od 1000.  | P | F |
| Liczba $S$ jest nieparzysta.       | P | F |
| Liczba $S$ jest podzielna przez 5. | P | F |

**Zasady oceniania zadań 17-19: Uczeń otrzymuje:**

**3 punkty** – gdy wszystkie odpowiedzi są poprawne,

**2 punkty** – gdy dwie odpowiedzi są poprawne,

**1 punkt** – gdy jedna odpowiedź jest poprawna,

**0 punktów** – gdy wszystkie odpowiedzi są błędne.

**Zadanie 20. (3p)**

Liczba uzyskanych punktów: \_\_\_\_/ 3

Kasia będąc na wycieczce w Krakowie wybrała się do sklepu z pamiątkami. Jeżeli wybierze magnesy to wystarczy jej pieniędzy na 3 sztuki i zostanie jej 2,50 zł jeżeli natomiast wybierze pamiątkowe kartki, które są o 4 złote tańsze od magnesów to kupi 4 kartki i zostanie jej 6 zł. Jaką kwotę dysponuje Kasia? Zapisz obliczenia.

Przykładowe rozwiązanie:

**Metoda I**

$m$  zł – cena jednej sztuki magnesu

$(3m + 2,50)$  zł – kwota, którą dysponuje Kasia

$(m - 4)$  zł – cena jednej sztuki pamiątkowej kartki

$(4(m - 4) + 6)$  zł – kwota, którą dysponuje Kasia

$$3m + 2,50 = 4(m - 4) + 6$$

$$3m + 2,50 = 4m - 16 + 6$$

$$3m + 2,50 = 4m - 10$$

$$m = 12,50$$

Cena jednej sztuki magnesu wynosi 12,50 zł.

Kwota którą dysponuje Kasia na wycieczce wynosi 40 zł.

**Metoda II**

$k$  zł – cena jednej sztuki pamiątkowej kartki

$(4k + 6)$  zł – kwota, którą dysponuje Kasia

$(k + 4)$  zł – cena jednej sztuki magnesu

$(3(k + 4) + 2,50)$  zł – kwota, którą dysponuje Kasia

$$4k + 6 = 3(k + 4) + 2,50$$

$$4k + 6 = 3k + 12 + 2,50$$

$$4k + 6 = 3k + 14,50$$

$$k = 8,50$$

Cena jednej sztuki pamiątkowej kartki wynosi 8,50 zł.

Wojewódzki Konkurs Matematyczny  
dla uczniów szkół podstawowych województwa wielkopolskiego  
STOPIEŃ SZKOLNY 2022/2023  
„Matematyczne podróże”- klucz odpowiedzi i zasady oceniania

Kwota którą dysponuje Kasia na wycieczce wynosi 40 zł.

**Metoda III**

$x$  zł- kwota, którą dysponuje Kasia

$\frac{x - 2,50}{3}$  zł – cena jednej sztuki magnesu

$\frac{x - 6}{4}$  zł – cena jednej sztuki pamiątkowej kartki

$$\frac{x - 2,50}{3} - 4 = \frac{x - 6}{4}$$

$$4(x - 2,50) - 48 = 3(x - 6)$$

$$4x - 10 - 48 = 3x - 18$$

$$x = 40$$

Kwota którą dysponuje Kasia na wycieczce wynosi 40 zł.

**Zasady oceniania rozwiązania I i II metodą**

**Uczestnik otrzymuje:**

**3 punkty – gdy:**

- poprawnie rozwiąże zadanie i wyznaczy, że kwota którą dysponuje Kasia na wycieczce wynosi 40 zł **lub**
- poda odpowiedź, że kwota którą dysponuje Kasia na wycieczce wynosi 40 zł, ale sprawdzi, że otrzymana liczba spełnia **wszystkie** warunki zadania np. wyznaczy cenę magnesu równą  $[(40 - 2,50):3]\text{zł} = 12,50\text{zł}$  i cenę kartki  $[(40 - 6):4]\text{zł} = 8,50\text{zł}$  i zapisze warunek  $12,50\text{zł} - 8,50\text{zł} = 4\text{zł}$

**2 punkty – gdy:**

- ułoży poprawne równanie z niewiadomą  $m$  np.  $3m + 2,50 = 4(m - 4) + 6$  i rozwiązując je poprawnie wyznaczy  $m = 12,50$  i tym zakończy lub dalej popełni błędy **lub**
- ułoży poprawne równanie z niewiadomą  $k$  np.  $4k + 6 = 3(k + 4) + 2,50$  i rozwiązując je poprawnie wyznaczy  $k = 8,50$  i tym zakończy lub dalej popełni błędy **lub**

**1 punkt – gdy:**

- ułoży poprawne równanie z niewiadomą  $m$  np.  $3m + 2,50 = 4(m - 4) + 6$  na tym zakończy lub dalej popełni błędy **lub**
- ułoży poprawne równanie z niewiadomą  $k$  np.  $4k + 6 = 3(k + 4) + 2,50$  i na tym zakończy lub dalej popełni błędy

**0 punktów – rozwiązanie błędne, brak rozwiązania.**

### Zasady oceniania rozwiązania III metodą

**3 punkty** – gdy:

- poprawnie rozwiąże zadanie i wyznaczy, że kwota którą dysponuje Kasia na wycieczce wynosi 40 zł **lub**
- poda odpowiedź, że kwota którą dysponuje Kasia na wycieczce wynosi 40 zł, ale sprawdzi, że otrzymana liczba spełnia **wszystkie** warunki zadania np. wyznaczy cenę magnesu równą  $[(40 - 2,50) : 3] \text{ zł} = 12,50 \text{ zł}$  i cenę kartki  $[(40 - 6) : 4] \text{ zł} = 8,50 \text{ zł}$  i zapisze warunek  $12,50 \text{ zł} - 8,50 \text{ zł} = 4 \text{ zł}$

**2 punkty** – gdy:

- ułoży poprawne równanie z niewiadomą x np.  $\frac{x-2,50}{3} - 4 = \frac{x-6}{4}$  i rozwiązując je popełni błędy rachunkowe, ale otrzyma wynik, który jest liczbą większą od 6.

**1 punkt** – gdy:

- ułoży poprawne równanie z niewiadomą x np.  $\frac{x-2,50}{3} - 4 = \frac{x-6}{4}$  i na tym zakończy **lub**
- ułoży poprawne równanie z niewiadomą x np.  $\frac{x-2,50}{3} - 4 = \frac{x-6}{4}$  i rozwiąże to równanie z błędem rachunkowym i otrzyma wynik, który jest liczbą nie większą od 6.

**0 punktów** – rozwiązanie błędne, brak rozwiązania.

|                          |                                    |
|--------------------------|------------------------------------|
| <b>Zadanie 21. (2p.)</b> | Liczba uzyskanych punktów: ____/ 2 |
|--------------------------|------------------------------------|

Uzasadnij, że suma czterech kolejnych liczb naturalnych nieparzystych jest podzielna przez 8. Zapisz obliczenia.

Przykładowe rozwiązanie

Założenie:  $2n + 1, 2n + 3, 2n + 5, 2n + 7$ ;

to cztery kolejne liczby naturalne nieparzyste, dla n należących do liczb naturalnych.

Teza :  $(2n + 1) + (2n + 3) + (2n + 5) + (2n + 7)$  – liczba, podzielna przez 8.

Dowód:

$$(2n + 1) + (2n + 3) + (2n + 5) + (2n + 7) = 8n + 16 = 8(n + 2)$$

Otrzymana liczba  $8(n + 2)$  jest podzielna przez 8 ponieważ jest iloczynem liczby 8 i pewnej liczby naturalnej  $(n+2)$ .

**Zasady oceniania: Uczeń otrzymuje**

**2 punkty** - gdy poprawnie uzasadni, że otrzymana suma jest podzielna przez 8.

Wojewódzki Konkurs Matematyczny  
dla uczniów szkół podstawowych województwa wielkopolskiego  
STOPIEŃ SZKOLNY 2022/2023  
„Matematyczne podróże”- klucz odpowiedzi i zasady oceniania

**Uwagi:**

**Uczeń nie musi doprowadzić otrzymanej sumy:**  $8n + 16$  do postaci  $8(n + 2)$ :

- Uczeń może zapisać komentarz słowny, np. liczba  $8n$  jest podzielna przez 8 i liczba 16 jest podzielna przez 8. Zatem  $8n + 16$  jest podzielna przez 8 ponieważ suma liczb podzielnych przez 8 jest liczbą podzielną przez 8 **lub**
- Uczeń może otrzymaną sumę  $8n + 16$  zapisać w postaci  $8n + 8 \cdot 2$  i na tym zakończy dowód.

**1 punkty** – gdy:

- zapisze symbolicznie **wszystkie 4 kolejne** liczby naturalne nieparzyste np.:  $2n + 1, 2n + 3, 2n + 5, 2n + 7$ ; gdzie  $n$  jest liczbą naturalną i na tym zakończy lub dalej popełni błędy **lub**
- zapisze otrzymaną sumę w postaci  $8n + 16$ , gdzie  $n$  jest liczbą naturalną i na tym zakończy lub dalej popełni błędy.

**0 punktów** – rozwiązanie błędne, brak rozwiązania, bądź dowód na konkretnym przykładzie.

**Uwagi:**

1. W rozwiązaniu zadania uczeń **nie może** pominąć zapisu, że  $n$  jest liczbą naturalną.
2. Jeśli uczeń w swoim rozwiązaniu zapisze cztery kolejne liczby naturalne nieparzyste w postaci:  $(2n - 1), (2n + 1), (2n + 3), (2n + 5)$  i **nie zapisze, że  $n$  należy do liczb naturalnych dodatnich** to za to rozwiązanie może otrzymać **maksymalnie 1p**.

**Klucz punktowania zadań zamkniętych i zasady oceniania zadań otwartych**

**1. Klucz punktowania zadań zamkniętych.**

Za każdą poprawną odpowiedź uczeń otrzymuje 1 punkt.

| Numer zadania      | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
|--------------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|
| Poprawna odpowiedź | D | D | B | B | C | A | C | B | B | A  | A  | C  | B  | C  | D  |

**2. Przykładowe rozwiązania i zasady oceniania zadań otwartych.**

**Za każde poprawne i pełne rozwiązanie zadania nieuwzględnione w schemacie punktowania przyznajemy maksymalną liczbę punktów należnych za to zadanie.**

**UWAGA:** Nie jest wymagana od ucznia na końcu zadania wyraźnie sformułowana odpowiedź słowna wystarczy, że uczestnik wyznaczy, obliczy szukaną wartość, bądź przeprowadzi argumentację w zadaniu na dowodzenie.

**3. Za każdą poprawną odpowiedź w zadaniach 16 -17 uczeń otrzymuje jeden punkt. Uczeń w tych zadaniach nie musi przedstawiać rozwiązania. Punktujemy jedynie zaznaczone odpowiedzi w tabeli.**

|                           |                                    |
|---------------------------|------------------------------------|
| <b>Zadanie 16. (3 p.)</b> | Liczba uzyskanych punktów: ____/ 3 |
|---------------------------|------------------------------------|

Z trzech identycznych trójkątów prostokątnych równoramiennych zbudowano trapez równoramienny. Pole trapezu jest równe  $108 \text{ cm}^2$ .

|                                                       |   |   |
|-------------------------------------------------------|---|---|
| Ramię trapezu ma długość $6\sqrt{2} \text{ cm}$ .     | P | F |
| Dłuższa podstawa trapezu ma długość $12 \text{ cm}$ . | P | F |
| Wysokość trapezu ma długość $6 \text{ cm}$ .          | P | F |

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli zdanie jest fałszywe.

**Zasady oceniania zadania 16. Uczestnik otrzymuje:**

**3 punkty** – gdy wszystkie odpowiedzi są poprawne,

**2 punkty** – gdy dwie odpowiedzi są poprawne,

**1 punkt** – gdy jedna odpowiedź jest poprawna,

**0 punktów** – gdy wszystkie odpowiedzi są błędne.

**Zadanie 17. (2 p.)**

Liczba uzyskanych punktów: \_\_\_\_/2

Do ponumerowania stron książki użyto 264 cyfr.

Oceń prawdziwość podanych zdań.

Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli zdanie jest fałszywe.

|                           |   |   |
|---------------------------|---|---|
| Książka ma 124 strony.    | P | F |
| Cyfrę 0 napisano 21 razy. | P | F |

**Zasady oceniania zadania 17. Uczestnik otrzymuje:**

**2 punkty** – gdy wszystkie odpowiedzi są poprawne,

**1 punkt** – gdy jedna odpowiedź jest poprawna,

**0 punktów** – gdy wszystkie odpowiedzi są błędne.

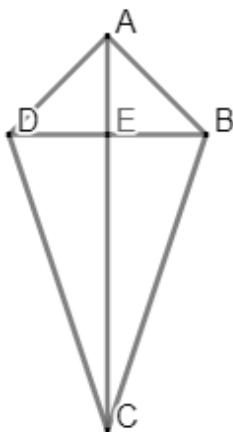
**Zadanie 18. (3 p.)**

Liczba uzyskanych punktów: \_\_\_\_/ 3

Przekątne deltoidu przecinają się w ten sposób, że trzy z powstałych odcinków są równej długości, a czwarty jest trzy razy dłuższy od każdego z pozostałych. Wiedząc, że dłuższy bok deltoidu ma długość  $4\sqrt{5}$  cm, wyznacz długość krótszego boku deltoidu. Zapisz wszystkie obliczenia.

Przykładowe rozwiązanie:

Rysunek pomocniczy:



Z treści zadania przekątne deltoidu przecinają się w ten sposób, że trzy z powstałych odcinków są równej długości, a czwarty jest trzy razy dłuższy od każdego z pozostałych, zatem

$$|DE| = |EB| = |EA| = x \text{ i } |EC| = 3x, \text{ gdzie } x > 0$$

Przekątne deltoidu przecinają się pod kątem prostym i jedna z nich jest osią symetrii deltoidu, zatem trójkąt AEB jest prostokątny o przyprostokątnych  $x$  i  $x$ , a trójkąt EBC jest prostokątny o przyprostokątnych  $x$  i  $3x$ .

Dłuższy bok deltoidu ma długość  $4\sqrt{5}$  cm, zatem dłuży bok deltoidu jest przeciwprostokątną w trójkącie BEC, czyli  $|BC| = |CD| = 4\sqrt{5}$  cm

Z twierdzenia Pitagorasa dla trójkąta BEC możemy zapisać równanie.

$$|EB|^2 + |EC|^2 = |BC|^2$$

$$x^2 + (3x)^2 = (4\sqrt{5})^2$$

$$x^2 + 9x^2 = 16 \cdot 5$$

$$10x^2 = 80$$

$$x^2 = 8$$

$$x = \sqrt{8}$$

$$x = 2\sqrt{2} \text{ cm}$$

Zauważmy, że trójkąt AEB jest prostokątny równoramienny o przyprostokątnych równych  $2\sqrt{2} \text{ cm}$ , zatem odcinek  $|AB| = 2\sqrt{2} \text{ cm} \cdot \sqrt{2} = 4 \text{ cm}$

Krótszy bok tego deltoidu ma długość równą  $4 \text{ cm}$ .

**Zasady oceniania: Uczestnik otrzymuje:**

**3 punkty** – gdy:

- poprawnie rozwiąże zadanie i wyznaczy, że krótszy bok deltoidu ma długość równą  $4 \text{ cm}$ .

**2 punkty** – gdy:

- poprawnie wyznaczy długość krótszego z odcinków na jakie punkt przecięcia przekątnych podzielił przekątne, która wynosi  $2\sqrt{2} \text{ cm}$  i na tym zakończy lub dalej popełni błędy **lub**
- rozwiązując równanie  $x^2 + (3x)^2 = (4\sqrt{5})^2$  przekształci je do postaci  $x^2 = 8$  i błędnie wyznaczy wartość  $x$ , ale konsekwentnie do popełnionego błędu rozwiąże zadanie do końca bezbłędnie (tj. wyznaczy długość krótszego boku deltoidu).

**1 punkt** – gdy:

- zapisze poprawne równanie  $x^2 + (3x)^2 = (4\sqrt{5})^2$  z jedną niewiadomą i na tym zakończy lub dalej popełni błędy **lub**
- zapisze poprawne równania  $|EB|^2 + |EC|^2 = |BC|^2$  i  $|EC| = 3|EB|$  i  $|BC| = 4\sqrt{5}$  i na tym zakończy lub dalej popełni błędy **lub**
- zapisze poprawne równania  $x^2 + (3x)^2 = |BC|^2$  i  $|BC| = 4\sqrt{5}$  i na tym zakończy lub dalej popełni błędy.

**0 punktów** – rozwiązanie błędne, brak rozwiązania.

**Uwagi:**

- Jeżeli uczestnik podając odpowiedź ile wynosi długość krótszego boku deltoidu pomija jednostki to za całe rozwiązanie maksymalnie może otrzymać 2 p.
- Jeżeli uczestnik przyjmuje, że dłuższy bok deltoidu jest przeciwprostokątną w trójkącie prostokątnym równoramiennym to za całe rozwiązanie otrzymuje 0 p.



**Zadanie 19. ( 3 p.)**

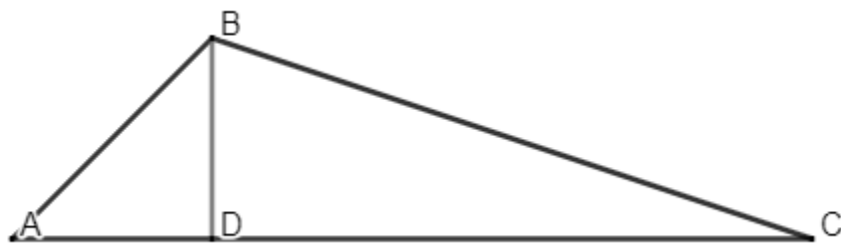
Liczba uzyskanych punktów: \_\_\_\_/3

Dwa kąty w pewnym trójkącie wynoszą odpowiednio  $45^\circ$  i  $30^\circ$ . Oblicz długość najdłuższego boku tego trójkąta, jeżeli najkrótszy bok tego trójkąta wynosi  $1\text{ dm}$ . Zapisz wszystkie obliczenia.

Przykładowe rozwiązanie:

Zauważmy, że kąty w trójkącie wynoszą  $45^\circ, 30^\circ$  i  $105^\circ$ . Zatem najkrótszy bok trójkąta, którego długość jest równa  $1\text{ dm}$  leży naprzeciw najmniejszego kąta, który wynosi  $30^\circ$ .

Rysunek pomocniczy.



Przyjmijmy, że  $|\sphericalangle CAB| = 45^\circ$ ,  $|\sphericalangle ACB| = 30^\circ$  i  $|\sphericalangle ABC| = 105^\circ$ , zatem  $|AB| = 1\text{ dm} = 10\text{ cm}$ .

Poprowadźmy wysokość z wierzchołka B na bok AC.

Zauważmy, że trójkąty ADC i CDB są prostokątne o kącie prostym przy wierzchołku D.

Trójkąt ADB jest prostokątny równoramienny o przeciwprostokątnej równej  $1\text{ dm}$ .

Odcinek  $|AD| = |BD| = x$ , a odcinek  $|AB| = x\sqrt{2}$ , zatem możemy zapisać równanie:

$$x\sqrt{2} = 1\text{ dm}$$

$$x = \frac{1}{\sqrt{2}}\text{ dm}$$

$$x = \frac{\sqrt{2}}{2}\text{ dm}$$

$$x = 5\sqrt{2}\text{ cm},$$

$$\text{Czyli wysokość } |DB| = \frac{\sqrt{2}}{2}\text{ dm} = 5\sqrt{2}\text{ cm}$$

Trójkąt BDC jest prostokątny o kątach  $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ , zatem z zależności między odcinkami w trójkącie

$30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$  odcinek  $|DC| = |DB| \cdot \sqrt{3} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sqrt{3}\text{ dm} = \frac{\sqrt{6}}{2}\text{ dm} = 5\sqrt{2}\text{ cm}$ .

Najdłuższy bok trójkąta ABC to to odcinek AC, bowiem leży on naprzeciw największego kąta.

$$|AC| = |AD| + |DC| = \frac{\sqrt{2}}{2}\text{ dm} + \frac{\sqrt{6}}{2}\text{ dm} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{2}\text{ dm} = 5\sqrt{2}\text{ cm} + 5\sqrt{6}\text{ cm} = (5\sqrt{2} + 5\sqrt{6})\text{ cm}$$

**Zasady oceniania: Uczestnik otrzymuje:**

**3 punkty – gdy:**

- poprawnie rozwiąże zadanie i wyznaczy, że najdłuższy bok trójkąta wynosi  $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2} dm$  **lub**
- poprawnie rozwiąże zadanie i wyznaczy, że najdłuższy bok trójkąta wynosi  $(5\sqrt{2} + 5\sqrt{6})cm$ .

**2 punkty – gdy:**

- poprawnie wyznaczy długość najkrótszej wysokości trójkąta równą  $\frac{\sqrt{2}}{2} dm$  i na tym zakończy lub dalej popełni błędy **lub**
- poprawnie wyznaczy długość najkrótszej wysokości trójkąta równą  $5\sqrt{2} cm$  i na tym zakończy lub dalej popełni błędy **lub**
- zapisze poprawne równanie np.  $x\sqrt{2} = 1 dm$  lub  $x^2 + x^2 = 1$  lub  $x\sqrt{2} = 10 cm$  lub  $x^2 + x^2 = 100$ , gdzie  $x$  to długość najkrótszej wysokości trójkąta i popełni błąd przy wyznaczaniu  $x$ , ale konsekwentnie do popełnionego błędu rozwiąże zadanie do końca bezbłędnie (tj. wyznaczy długość najdłuższego boku trójkąta).

**1 punkt – gdy:**

- zapisze poprawne równanie np.  $x\sqrt{2} = 1 dm$  lub  $x^2 + x^2 = 1$  lub  $x\sqrt{2} = 10 cm$  lub  $x^2 + x^2 = 100$ , gdzie  $x$  to długość najkrótszej wysokości trójkąta i na tym zakończy lub dalej popełni błędy.

**0 punktów – rozwiązanie błędne, brak rozwiązania.**

**Uwagi:**

1. Jeżeli uczestnik podając odpowiedź ile wynosi długość najdłuższego boku trójkąta pomija jednostki to za całe rozwiązanie maksymalnie może otrzymać 2 p.
2. Jeżeli uczestnik przyjmuje, że najkrótszy bok trójkąta leży naprzeciw innego kąta niż  $30^\circ$  to za całe rozwiązanie otrzymuje 0 p.
3. Jeżeli uczestnik zastosuje niewłaściwe związki pomiędzy długościami boków w trójkącie prostokątnym równoramiennym to za całe rozwiązanie otrzymuje 0 p.

**Zadanie 20. ( 4 p.)**

Liczba uzyskanych punktów: \_\_\_\_/4

Kasia jest o cztery lata młodsza od swojej siostry Judyty, a ich mama ma dwa razy więcej lat niż obie dziewczynki razem. Cztery lata temu mama Kasi i Judyty miała trzy razy więcej lat, niż miały wtedy jej córki razem. Ile lat ma teraz mama, Judyta i Kasia ? Zapisz wszystkie obliczenia.

Przykładowe rozwiązanie:

**Metoda I**

|             | Teraz       | Cztery lata temu |
|-------------|-------------|------------------|
| Wiek Kasi   | $x - 4$     | $x - 8$          |
| Wiek Judyty | $x$         | $x - 4$          |
| Wiek mamy   | $2(2x - 4)$ | $2(2x - 4) - 4$  |

$$2(2x - 4) - 4 = 3(2x - 12)$$

$$4x - 8 - 4 = 6x - 36$$

$$24 = 2x$$

$$x = 12$$

Judyta ma 12 lat, Kasia 8 lat, a ich mama ma 40 lat.

**Metoda II**

|             | Teraz       | Cztery lata temu |
|-------------|-------------|------------------|
| Wiek Kasi   | $x$         | $x - 4$          |
| Wiek Judyty | $x + 4$     | $x$              |
| Wiek mamy   | $2(2x + 4)$ | $2(2x + 4) - 4$  |

$$2(2x + 4) - 4 = 3(2x - 4)$$

$$4x + 8 - 4 = 6x - 12$$

$$16 = 2x$$

$$x = 8$$

Kasia ma 8 lat, Judyta 12 lat, a ich mama ma 40 lat.

**Metoda III**

|             | Teraz      | Cztery lata temu |
|-------------|------------|------------------|
| Wiek Kasi   | $k$        | $k - 4$          |
| Wiek Judyty | $j$        | $j - 4$          |
| Wiek mamy   | $2(k + j)$ | $2(k + j) - 4$   |

$$\begin{cases} j - k = 4 \\ 2(k + j) - 4 = 3(k + j - 8) \end{cases}$$

$$\begin{cases} j - k = 4 \\ 2k + 2j - 4 = 3k + 3j - 24 \end{cases}$$

$$\begin{cases} j - k = 4 \\ -j - k = -20 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} &\begin{cases} j = k + 4 \\ j + k = 20 \end{cases} \\ &\begin{cases} j = k + 4 \\ k + 4 + k = 20 \end{cases} \\ &\begin{cases} j = k + 4 \\ 2k = 16 \end{cases} \\ &\begin{cases} j = k + 4 \\ k = 8 \end{cases} \\ &\begin{cases} j = 12 \\ k = 8 \end{cases} \end{aligned}$$

Kasia ma 8 lat, Judyta 12 lat, a ich mama ma 40 lat.

**Zasady oceniania: Uczestnik otrzymuje:**

**4 punkty – gdy:**

- gdy poprawnie rozwiąże zadanie i wyznaczy, że Kasia ma 8 lat, Judyta 12 lat, a ich mama ma 40 lat **lub**
- poda odpowiedź, że Kasia ma 8 lat, Judyta 12 lat, a ich mama ma 40 lat, ale sprawdzi, że otrzymane liczby spełniają wszystkie warunki zadania.

**3 punkty – gdy:**

- rozwiązując równanie  $2(2x - 4) - 4 = 3(2x - 12)$  poprawnie wyznaczy  $x = 12$  i na tym zakończy lub dalej popełni błędy **lub**
- rozwiązując równanie  $2(2x + 4) - 4 = 3(2x - 4)$  poprawnie wyznaczy  $x = 8$  i na tym zakończy lub dalej popełni błędy **lub**
- rozwiązując układ równań np.  $\begin{cases} j - k = 4 \\ 2(k + j) - 4 = 3(k + j - 8) \end{cases}$  poprawnie wyznaczy tylko jedną niewiadomą i na tym zakończy lub dalej popełni błędy.

**2 punkty – gdy:**

- ułoży poprawne równanie z jedną niewiadomą np.  
 $2(2x - 4) - 4 = 3(2x - 12)$  lub  $2(2x + 4) - 4 = 3(2x - 4)$  i na tym zakończy lub dalej popełni błędy **lub**
- zapisze poprawny układ dwóch równań z dwiema niewiadomymi i rozwiązując go otrzyma poprawne równanie z jedną niewiadomą i na tym zakończy lub dalej popełni błędy **lub**

**1 punkt – gdy:**

- zapisze, że wiek mamy teraz wynosi np.  $2(x + x + 4)$  i wiek mamy trzy lata temu wynosił  $3(x - 4 + x)$ , gdzie  $x$  to wiek Kasi obecnie i na tym zakończy lub dalej popełni błędy **lub**
- zapisze, że wiek mamy teraz wynosi np.  $2(x + x + 4)$  i wiek mamy trzy lata temu wynosił  $2(x + x + 4) - 3$ , gdzie  $x$  to wiek Kasi obecnie i na tym zakończy lub dalej popełni błędy **lub**

- zapisze, że wiek mamy teraz wynosi np.  $2(x - 4 + x)$  i wiek mamy trzy lata temu wynosił  $3(x - 8 + x - 4)$ , gdzie  $x$  to wiek Judyty obecnie i na tym zakończy lub dalej popełni błędy **lub**
- zapisze, że wiek mamy teraz wynosi np.  $2(x - 4 + x)$  i wiek mamy trzy lata temu wynosił  $2(x - 4 + x) - 8$ , gdzie  $x$  to wiek Kasi obecnie i na tym zakończy lub dalej popełni błędy **lub**
- zapisze poprawny układ dwóch równań z dwiema niewiadomymi np.

$$\begin{cases} j - k = 4 \\ 2(k + j) - 4 = 3(k + j - 8) \end{cases}$$

i na tym zakończy lub dalej popełni błędy **lub**

- zapisze poprawny układ trzech równań z trzema niewiadomymi np.

$$\begin{cases} j - k = 4 \\ m = 2(j + k) \\ m - 4 = 3(j - 4 + k - 4) \end{cases} \quad \text{i na tym zakończy lub dalej popełni błędy.}$$

**0 punktów** – rozwiązanie błędne, brak rozwiązania.

**Uwagi:**

1. Jeśli uczestnik błędnie zapisze zależność między wiekiem Kasi i Judyty i rozwiąże zadanie do końca i otrzyma, że Judyta ma 8 lat, a Kasia 12 lat to za całe rozwiązanie otrzymuje maksymalnie 1 punkt.

|                           |                                   |
|---------------------------|-----------------------------------|
| <b>Zadanie 21. (3 p.)</b> | Liczba uzyskanych punktów: ____/3 |
|---------------------------|-----------------------------------|

O godzinie 9:00 pszczoła wyleciała z ula na polanę z prędkością 24 km/h. Po przebyciu 18 km zatrzymała się na 15 minutowy odpoczynek i poleciała z prędkością o 50 % większą niż w pierwszym etapie lotu. O której godzinie pszczoła dotarła na polanę i jaka była średnia prędkość "podróży" pszczoły z ula na polanę, jeżeli druga część lotu trwała 1,5 godziny. Zapisz wszystkie obliczenia.

Przykładowe rozwiązanie:

Przeprawę pszczoły z ula na polanę można podzielić na trzy etapy.

**Etap 1. (lot pszczoły)**

Prędkość  $v = 24 \text{ km/h}$

Droga  $s = 18 \text{ km}$

$$\text{Czas } t = \frac{s}{v} = \frac{18 \text{ [km]}}{24 \text{ [\frac{km}{h}]}} = \frac{3}{4} h = 0,75 h = 45 \text{ min}$$

**Etap 2. (odpoczynek)**

Droga  $s = 0 \text{ km}$

Czas  $t = 15 \text{ min} = 0,25 h$

**Etap 3. (lot pszczoły po odpoczynku)**

$$\text{Prędkość } v = 1,5 h \cdot 24 \frac{\text{km}}{h} = 36 \frac{\text{km}}{h}$$

$$\text{Droga } s = v \cdot t = 36 \frac{\text{km}}{h} \cdot 1,5 h = 54 \text{ km}$$

$$\text{Czas } t = 1,5 h = 90 \text{ min}$$

**Cały przelot pszczoły z ula na polanę**

$$\text{Całkowita droga } s = 18 \text{ km} + 54 \text{ km} = 72 \text{ km}$$

$$\text{Całkowity czas } t = 0,75 \text{ h} + 0,25 \text{ h} + 1,5 \text{ h} = 2,5 \text{ h} = 150 \text{ min}$$

$$\text{Średnia prędkość } v = \frac{\text{całkowita droga}}{\text{całkowity czas}} = \frac{72 \text{ km}}{2,5 \text{ h}} = 28 \frac{4}{5} \frac{\text{km}}{\text{h}} = 28,8 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 0,48 \frac{\text{km}}{\text{min}} = 0,8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Całkowity czas przeprawy pszczoły wynosi  $2,5 \text{ h}$ , zatem jeśli pszczoła wyleciała z ula o 9:00 to dotrze na polanę o godzinie 11:30.

Pszczoła dotrze na polanę o godzinie 11:30 i średnia prędkość przelotu pszczoły z ula na polana wynosi  $28,8 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ .

**Zasady oceniania: Uczestnik otrzymuje:**

**3 punkty – gdy:**

- poprawnie rozwiąże zadanie i wyznaczy, że pszczoła dotrze na polanę o godzinie 11:30 i średnia prędkość przelotu pszczoły z ula na polana wynosi  $28,8 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

**2 punkty – gdy:**

- poprawnie wyznaczy, że pszczoła dotrze na polanę o godzinie 11:30 i na tym zakończy lub dalej popełni błędy **lub**
- poprawnie wyznaczy średnią prędkość przelotu pszczoły z ula na polana, która wynosi  $28,8 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  i na tym zakończy lub dalej popełni błędy.

**1 punkty – gdy:**

- poprawnie wyznaczy, że całkowity czas przelotu pszczoły z ula na polanę wynosił  $2,5 \text{ h}$  ( $150 \text{ min}$ ) i na tym zakończy lub dalej popełni błędy **lub**
- poprawnie wyznaczy, że całkowita droga przelotu pszczoły z ula na polanę wynosiła  $72 \text{ km}$  i na tym zakończy lub dalej popełni błędy.

**0 punktów – rozwiązanie błędne, brak rozwiązania.**

**Uwagi:**

1. Jeśli uczestnik zapisując średnią prędkość pominie jednostki np.: zapisze  $v = 28,8$  lub  $v = 0,8$  lub  $v = 0,48$  to maksymalnie otrzymuje za rozwiązanie 2 p pod warunkiem, że udzielił odpowiedzi, o której godzinie pszczoła dotrze na polanę.
2. Jeśli uczestnik rozwiązując zadanie pomija jednostki to otrzymuje za zadanie 0 p.
3. Średnia prędkość przelotu pszczoły może być wyrażona w  $\text{km/h}$   $\text{km/min}$   $\text{km/s}$ ,  $\text{m/h}$ ,  $\text{m/min}$ ,  $\text{m/s}$ . Akceptujemy wszystkie poprawne wyniki.

**Zadanie 22. (2 p.)**

Liczba uzyskanych punktów: \_\_\_\_/2

Udowodnij, że dla każdej liczby dwucyfrowej dodatniej spełniona jest własność, jeśli wstawimy w liczbie dwucyfrowej pomiędzy cyfrę dziesiątek i jedność cyfrę 6 i od otrzymanej liczby trzycyfrowej odejmiemy początkową liczbę dwucyfrową, to otrzymamy liczbę podzielną przez 30. Zapisz wszystkie obliczenia.

Przykładowe rozwiązanie:

Niech  $n$  będzie dowolną liczbą dwucyfrową dodatnią,

Przez  $x$  oznaczmy cyfrę dziesiątek liczby  $n$ , a przez  $y$  cyfrę jedność liczby  $n$ , zatem dowolną liczbę dwucyfrową dodatnią  $n$  możemy zapisać w postaci:

$n = 10x + y$ , gdzie  $x$  jest dowolną liczbą ze zbioru  $\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ , a  $y$  jest dowolną liczbą ze zbioru  $\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ .

Po wstawieniu pomiędzy cyfrę dziesiątek i jedność cyfry 6 otrzymamy liczbę trzycyfrową dodatnią  $m$ , którą możemy zapisać w postaci:

$m = 100x + 60 + y$ , gdzie  $x$  jest dowolną liczbą ze zbioru  $\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ , a  $y$  jest dowolną liczbą ze zbioru  $\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ .

Zatem różnicę liczby  $m$  i  $n$  możemy zapisać w postaci:

$m - n = (100x + 60 + y) - (10x + y) = 90x + 60 = 30 \cdot (3x + 2)$  czyli otrzymana różnica jest liczbą podzielną przez 30, ponieważ jest iloczynem liczby 30 i liczby  $(3x + 2)$ , która jest liczbą całkowitą. Co kończy dowód.

**Zasady oceniania: Uczestnik otrzymuje:**

**2 punkty** – gdy:

- poprawnie uzasadni, że różnica jest liczbą podzielną przez 30 **lub**
- obliczy **wszystkie** różnice dla **90 liczb całkowitych dodatnich** i pokaże, że otrzymane różnice są zawsze liczbą podzielną przez 30.

**Uwaga! Uczeń w rozumowaniu może tylko zapisać, np., że  $x$  jest cyfrą dziesiątek a  $y$  cyfrą jedność, nie musi podawać zbiorów do których należą  $x$  i  $y$ .**

**1 punkt** – gdy:

- zapisze szukaną różnicę w postaci  $(100x + 60 + y) - (10x + y)$  i na tym zakończy lub dalej popełni błędy **lub**
- zapisze szukaną różnicę w postaci  $90x + 60$  i na tym zakończy lub dalej popełni **lub**
- zapisze symboliczne dowolną liczbę dwucyfrową dodatnią np. w postaci  $10x + y$  i liczbę trzycyfrową o której mowa w zadaniu w postaci  $100x + 60 + y$  i na tym zakończy lub dalej popełni błędy.

**0 punktów** – gdy: rozwiązanie błędne, brak rozwiązania, bądź dowód na konkretnych przykładach.

**Uwagi:**

1. W rozwiązaniu zadania uczestnik może pominąć zapis do jakiego zbioru należy cyfra dziesiątek, a do jakiego zbioru należy cyfra jedności dowolnej liczby dwucyfrowej, ale powinien zapisać, że są to cyfry.
2. Jeśli uczestnik zapisze dowolną liczbę dwucyfrową dodatnią w postaci np.  $10x+y$  i nie poda żadnych warunków dotyczących zmiennej  $x$  i  $y$  to uczestnik za zadanie może otrzymać maksymalnie 1 p.
3. Jeśli uczestnik w rozwiązaniu zapisze, że otrzymana różnica jest równa  $90x + 60$  i nie wyłączy liczby 30 przed nawias, ale zapisze że jest to suma liczb podzielnych przez 30, czyli jest to liczbą podzielną przez 30 to otrzymuje maksymalną liczbę punktów (2 p.)
4. Jeśli zdający zapisze otrzymaną różnicę w postaci  $30 \cdot (3x + 2)$  to otrzymuje maksymalną liczbę punktów (2 p.) pod warunkiem, że wcześniej zapisał, że  $x$  to cyfra dziesiątek.



## Zasady punktowania zadań zamkniętych i zasady oceniania zadań otwartych

**Uwaga:** Za rozwiązanie całego testu uczeń może otrzymać maksymalnie 34 punkty.

Laureatami konkursu zostaną uczestnicy, którzy zdobędą co najmniej 90% punktów, czyli 31 punktów. Finalistami konkursu zostaną uczestnicy stopnia wojewódzkiego, którzy otrzymają minimum 55% możliwych do zdobycia punktów, czyli 19 punktów.

### Klucz punktowania zadań zamkniętych i zasady oceniania zadań otwartych

#### 1. Klucz punktowania zadań zamkniętych.

Za każdą poprawną odpowiedź uczeń otrzymuje 1 punkt.

| Numer zadania      | 1. | 2. | 3. | 4. | 5. | 6. | 7. | 8. | 9. | 10. | 11. | 12. | 13. | 14. | 15. |
|--------------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Poprawna odpowiedź | B. | C. | A. | B. | D. | A. | C. | D. | B. | A.  | B.  | B.  | D.  | A.  | B.  |

#### 2. Przykładowe rozwiązania i zasady oceniania zadań otwartych.

**Za każde poprawne i pełne rozwiązanie zadania nieuwzględnione w zasadach punktowania przyznajemy maksymalną liczbę punktów należnych za to zadanie.**

**UWAGA:** Nie jest wymagana od uczestnika na końcu zadania wyraźnie sformułowana odpowiedź słowna wystarczy, że uczestnik wyznaczy, obliczy szukaną wartość, bądź przeprowadzi argumentację w zadaniu na dowodzenie.

#### Zadanie 16. (3 p.)

Liczba uzyskanych punktów: \_\_\_\_/ 3

W graniastosłupie prawidłowym sześciokątnym każda krawędź jest równa  $a$ .

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli zdanie jest fałszywe.

|                                                           |   |   |
|-----------------------------------------------------------|---|---|
| Najkrótsza przekątna graniastosłupa wynosi $2a$ .         | P | F |
| Najdłuższa przekątna podstawy wynosi $a\sqrt{5}$ .        | P | F |
| Objętość graniastosłupa wynosi $\frac{3}{2}\sqrt{3}a^3$ . | P | F |

**Zadanie 17. (3 p.)**

Liczba uzyskanych punktów: \_\_\_\_/ 3

Zbudowano trójkąt z odcinków  $5k+4$ ,  $3k+1$ ,  $k+6$ , gdzie  $k$  jest liczbą naturalną, dla której ten trójkąt istnieje. Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli zdanie jest fałszywe.

|                                                             |   |   |
|-------------------------------------------------------------|---|---|
| Trójkąt o największym obwodzie ma obwód mniejszy od 30.     | P | F |
| Istnieją dokładnie dwa takie trójkąty.                      | P | F |
| Istnieje trójkąt równoramienny wśród zbudowanych trójkątów. | P | F |

**Zadanie 18. (3 p.)**

Liczba uzyskanych punktów: \_\_\_\_/ 3

Marcin ma w skarbonce 111 zł. W skarbonce są tylko monety 2 zł i 5 zł.

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli zdanie jest fałszywe.

|                                                                       |   |   |
|-----------------------------------------------------------------------|---|---|
| Liczba monet w skarbonce Marcina może być równa 25.                   | P | F |
| Największa liczba monet jaka może być w skarbonce Marcina wynosi 54 . | P | F |
| W skarbonce Marcina są przynajmniej 3 monety 2 zł.                    | P | F |

**Zasady oceniania zadań 16., 17. i 18.**

**Za każdą poprawną odpowiedź uczestnik otrzymuje jeden punkt. Uczeń w tym zadaniu nie musi przedstawiać rozwiązań. Punktujemy jedynie zaznaczone odpowiedzi w tabeli.**

**Zasady oceniania: Uczeń otrzymuje:**

**3 punkty** – gdy wszystkie odpowiedzi są poprawne,

**2 punkty** – gdy dwie odpowiedzi są poprawne,

**1 punkt** – gdy jedna odpowiedź jest poprawna,

**0 punktów** – gdy wszystkie odpowiedzi są błędne.

**Zadanie 19. (3 p.)**

Liczba uzyskanych punktów: \_\_\_\_/ 3

Liczba  $x = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$ . Wykaż, że liczba  $x$  jest całkowita. Zapisz rozwiązanie i podaj uzasadnienie.

Przykładowe rozwiązania:

**Metoda I**

$$\begin{aligned} \text{Liczba } x &= \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{3}+\sqrt{2}) \cdot (\sqrt{3}+\sqrt{2})}{(\sqrt{3}-\sqrt{2}) \cdot (\sqrt{3}+\sqrt{2})} + \frac{(\sqrt{3}-\sqrt{2}) \cdot (\sqrt{3}-\sqrt{2})}{(\sqrt{3}+\sqrt{2}) \cdot (\sqrt{3}-\sqrt{2})} = \frac{(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2}{\sqrt{3}^2 - \sqrt{2}^2} + \frac{(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2}{\sqrt{3}^2 - \sqrt{2}^2} = \\ &= \frac{\sqrt{3}^2 + 2 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{2} + \sqrt{2}^2}{3-2} + \frac{\sqrt{3}^2 - 2 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{2} + \sqrt{2}^2}{3-2} = \frac{3+2\sqrt{6}+2}{1} + \frac{3-2\sqrt{6}+2}{1} = 5 + 2\sqrt{6} + 5 - 2\sqrt{6} = 10 \end{aligned}$$

Liczba  $x$  jest równa 10, czyli liczba  $x$  jest liczbą całkowitą, co należało wykazać.

**Metoda II**

$$\begin{aligned} \text{Liczba } x &= \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{3}+\sqrt{2}) \cdot (\sqrt{3}+\sqrt{2}) + (\sqrt{3}-\sqrt{2}) \cdot (\sqrt{3}-\sqrt{2})}{(\sqrt{3}-\sqrt{2}) \cdot (\sqrt{3}+\sqrt{2})} = \frac{(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2 + (\sqrt{3}-\sqrt{2})^2}{\sqrt{3}^2 - \sqrt{2}^2} = \\ &= \frac{\sqrt{3}^2 + 2 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{2} + \sqrt{2}^2 + \sqrt{3}^2 - 2 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{2} + \sqrt{2}^2}{3-2} = \frac{3+2\sqrt{6}+2+3-2\sqrt{6}+2}{1} = 10 \end{aligned}$$

Liczba  $x$  jest równa 10, czyli liczba  $x$  jest liczbą całkowitą, co należało wykazać.

**Uczestnik otrzymuje:**

**3 punkty** – gdy **poprawnie** rozwiąże zadanie i wykaże, że liczba  $x=10$ , czyli, że jest to liczba całkowita.

**2 punkty** – gdy:

- obliczy, że wartość ułamka  $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$  jest równa np.  $\frac{\sqrt{3}^2 + 2 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{2} + \sqrt{2}^2}{(\sqrt{3}-\sqrt{2}) \cdot (\sqrt{3}+\sqrt{2})}$  lub  $\frac{3+2\sqrt{6}+2}{(\sqrt{3}-\sqrt{2}) \cdot (\sqrt{3}+\sqrt{2})}$  lub  $\frac{5+2\sqrt{6}}{(\sqrt{3}-\sqrt{2}) \cdot (\sqrt{3}+\sqrt{2})}$  i wartość ułamka  $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$  jest równa np.  $\frac{\sqrt{3}^2 - 2 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{2} + \sqrt{2}^2}{(\sqrt{3}+\sqrt{2}) \cdot (\sqrt{3}-\sqrt{2})}$  lub  $\frac{3-2\sqrt{6}+2}{(\sqrt{3}-\sqrt{2}) \cdot (\sqrt{3}+\sqrt{2})}$  lub  $\frac{5-2\sqrt{6}}{(\sqrt{3}-\sqrt{2}) \cdot (\sqrt{3}+\sqrt{2})}$  i na tam zakończy lub dalej popełni błędy **lub**
- obliczy, że wartość ułamka  $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$  jest równa  $5 + 2\sqrt{6}$  i na tam zakończy lub dalej popełni błędy **lub**
- obliczy, że wartość ułamka  $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$  jest równa  $5 - 2\sqrt{6}$  i na tam zakończy lub dalej popełni błędy **lub**
- obliczy, że liczba  $x = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$  jest równa np.  $\frac{\sqrt{3}^2 + 2 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{2} + \sqrt{2}^2 + \sqrt{3}^2 - 2 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{2} + \sqrt{2}^2}{(\sqrt{3}-\sqrt{2}) \cdot (\sqrt{3}+\sqrt{2})}$  lub  $\frac{3+2\sqrt{6}+2+3-2\sqrt{6}+2}{(\sqrt{3}-\sqrt{2}) \cdot (\sqrt{3}+\sqrt{2})}$  lub  $\frac{3+2\sqrt{6}+2+3-2\sqrt{6}+2}{(\sqrt{3}-\sqrt{2}) \cdot (\sqrt{3}+\sqrt{2})}$  lub  $\frac{10}{(\sqrt{3}-\sqrt{2}) \cdot (\sqrt{3}+\sqrt{2})}$  i na tam zakończy lub dalej popełni błędy.

„Matematyczne podróże”

1 punkt – gdy:

- zapisze, że liczba  $x = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$  jest równa np.  $\frac{(\sqrt{3}+\sqrt{2}) \cdot (\sqrt{3}+\sqrt{2}) + (\sqrt{3}-\sqrt{2}) \cdot (\sqrt{3}-\sqrt{2})}{(\sqrt{3}-\sqrt{2}) \cdot (\sqrt{3}+\sqrt{2})}$  lub  $\frac{(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2 + (\sqrt{3}-\sqrt{2})^2}{(\sqrt{3}-\sqrt{2}) \cdot (\sqrt{3}+\sqrt{2})}$  lub  $\frac{(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2 + (\sqrt{3}-\sqrt{2})^2}{\sqrt{3}^2 - \sqrt{2}^2}$  i na tam zakończy lub dalej popełni błędy.
- zapisze, że wartość ułamka  $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$  jest równa  $\frac{(\sqrt{3}+\sqrt{2}) \cdot (\sqrt{3}+\sqrt{2})}{(\sqrt{3}-\sqrt{2}) \cdot (\sqrt{3}+\sqrt{2})}$  i na tam zakończy lub dalej popełni błędy **lub**
- zapisze, że wartość ułamka  $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$  jest równa  $\frac{(\sqrt{3}-\sqrt{2}) \cdot (\sqrt{3}-\sqrt{2})}{(\sqrt{3}+\sqrt{2}) \cdot (\sqrt{3}-\sqrt{2})}$  i na tam zakończy lub dalej popełni błędy

0 punktów – rozwiązanie błędne, brak rozwiązania.

**Uwaga:**

Jeśli uczestnik w swoim rozwiązaniu otrzymał, że liczba  $x$  jest całkowita, ale niepoprawnie zastosował wzory skróconego mnożenia na kwadrat sumy i kwadrat różnicy i otrzymał zapisy np.

$(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 = 3 + 2 = 5$  lub  $(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2 = 3 - 2 = 1$  lub  $(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2 = 3 + 2 = 5$  to za rozwiązanie tego zadania **maksymalnie może otrzymać 1 punkt pod warunkiem, że poprawnie zastosował wzór skróconego mnożenia na różnicę kwadratów.**

**Zadanie 20. (2 p.)**

Liczba uzyskanych punktów: \_\_\_\_ / 2

Wykaż, że suma  $8^{70} + 8^{69} + 8^{50} + 8^{49} + 8^{30} + 8^{29}$  jest podzielna przez 9. Zapisz rozwiązanie i podaj uzasadnienie.

Przykładowe rozwiązania:

**Metoda I**

Suma  $8^{70} + 8^{69} + 8^{50} + 8^{49} + 8^{30} + 8^{29} = 8 \cdot 8^{69} + 8^{69} + 8 \cdot 8^{49} + 8^{49} + 8 \cdot 8^{29} + 8^{29} =$   
 $= 9 \cdot 8^{69} + 9 \cdot 8^{49} + 9 \cdot 8^{29} = 9 \cdot (8^{69} + 8^{49} + 8^{29})$ . Otrzymana liczba jest podzielna przez 9 ponieważ jest iloczynem liczby 9 i pewnej liczby naturalnej, co należało udowodnić.

**Metoda II**

Suma  $8^{70} + 8^{69} + 8^{50} + 8^{49} + 8^{30} + 8^{29} = 8^{69} \cdot (8 + 1) + 8^{49} \cdot (8 + 1) + 8^{29} \cdot (8 + 1) =$   
 $= 8^{69} \cdot 9 + 8^{49} \cdot 9 + 8^{29} \cdot 9 = 9 \cdot (8^{69} + 8^{49} + 8^{29})$ . Otrzymana liczba jest podzielna przez 9 ponieważ jest iloczynem liczby 9 i pewnej liczby naturalnej, co należało udowodnić.

**Uczestnik otrzymuje:**

**2 punkty** – gdy:

- gdy poprawnie udowodni, że podana suma jest liczbą podzielną przez 9 np. zapisze sumę w postaci  $9 \cdot (8^{69} + 8^{49} + 8^{29})$  **lub**
- gdy poprawnie udowodni, że podana suma jest liczbą podzielną przez 9 np. zapisze sumę w postaci  $8^{69} \cdot 9 + 8^{49} \cdot 9 + 8^{29} \cdot 9$  **i zapisze**, że każdy składnik tej sumy jest liczbą podzielną przez 9 zatem suma liczb podzielnych przez 9 jest także liczbą podzielną przez 9.

**1 punkt** – gdy:

- zapisze sumę  $8^{70} + 8^{69} + 8^{50} + 8^{49} + 8^{30} + 8^{29}$  w postaci np.  $8 \cdot 8^{69} + 8^{69} + 8 \cdot 8^{49} + 8^{49} + 8 \cdot 8^{29} + 8^{29}$  i na tam zakończy lub dalej popełni błędy **lub**
- zapisze sumę  $8^{70} + 8^{69} + 8^{50} + 8^{49} + 8^{30} + 8^{29}$  w postaci np.  $8^{69} \cdot (8 + 1) + 8^{49} \cdot (8 + 1) + 8^{29} \cdot (8 + 1)$  i na tam zakończy lub dalej popełni błędy **lub**
- zapisze sumę  $8^{70} + 8^{69} + 8^{50} + 8^{49} + 8^{30} + 8^{29}$  w postaci np.  $8^{69} \cdot 9 + 8^{49} \cdot 9 + 8^{29} \cdot 9$  i na tam zakończy lub dalej popełni błędy.

**0 punktów** – rozwiązanie błędne, brak rozwiązania.

**Uwaga:**

**Jeśli uczestnik zapisze sumę  $8^{70} + 8^{69} + 8^{50} + 8^{49} + 8^{30} + 8^{29}$  w postaci**

$8^{29} \cdot (8^{41} + 8^{40} + 8^{21} + 8^{20} + 8 + 1)$  to za to rozwiązanie otrzymuje **0 punktów**.

**Zadanie 21. (5 p.)**

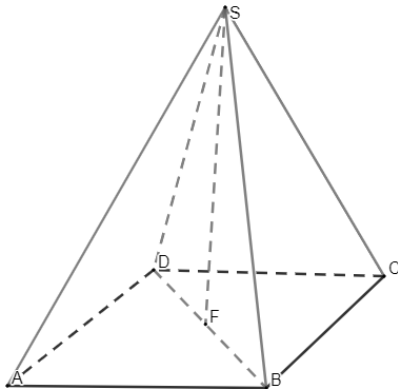
Liczba uzyskanych punktów: \_\_\_\_/ 5

Punkt S jest wierzchołkiem ostrosłupa prawidłowego czworokątnego ABCDS o podstawie ABCD. Wyznacz pole powierzchni bocznej tego ostrosłupa, jeśli wiadomo, że trójkąt BSD jest równoboczny i objętość tego ostrosłupa wynosi  $10\frac{2}{3}\sqrt{6} \text{ cm}^3$ . Zapisz rozwiązanie.

Przykładowe rozwiązania:

**Metoda I**

Rys. pomocniczy



Dane:

$$V = 10\frac{2}{3}\sqrt{6} \text{ cm}^3$$

Trójkąt BSD jest równoboczny.

Szukane: Pole powierzchni bocznej ostrosłupa.

Oznaczmy przez  $a$  krawędź podstawy ostrosłupa i przez  $H$  wysokość ostrosłupa.

Trójkąt BSD jest równoboczny, zatem krawędź boczna ostrosłupa jest równa  $a\sqrt{2}$ .

Wysokość ostrosłupa  $H$  jest wysokością trójkąta równobocznego BSD o boku  $a\sqrt{2}$ , czyli wysokość ostrosłupa  $H = \frac{a\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$ .

Objętość ostrosłupa  $V = \frac{1}{3}P_p \cdot H = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot H = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot \frac{a\sqrt{6}}{2} = \frac{a^3 \cdot \sqrt{6}}{6}$ , zatem otrzymujemy równanie

$$\frac{a^3 \cdot \sqrt{6}}{6} = 10\frac{2}{3}\sqrt{6}$$

$$\frac{a^3 \cdot \sqrt{6}}{6} = \frac{32}{3}\sqrt{6}$$

$$a^3 \cdot \sqrt{6} = 64\sqrt{6}$$

$$a^3 = 64$$

$$a = 4$$

Krawędź podstawy ostrosłupa jest równa 4 cm.

$P_b = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_b$ , gdzie  $h_b$  jest wysokością ściany bocznej.

„Matematyczne podróże”

Z twierdzenia Pitagorasa możemy zapisać równanie

$$\left(\frac{a}{2}\right)^2 + (h_b)^2 = (a\sqrt{2})^2$$

$$\frac{a^2}{4} + (h_b)^2 = 2a^2$$

$$(h_b)^2 = 1\frac{3}{4}a^2$$

$$(h_b)^2 = \frac{7}{4}a^2$$

$$h_b = \frac{\sqrt{7}}{2}a$$

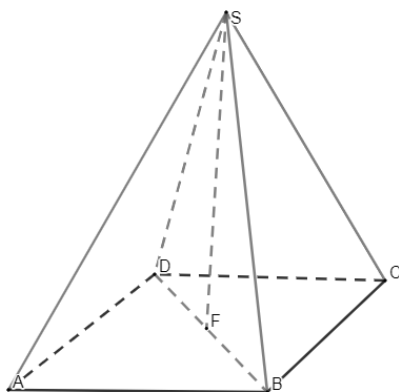
$$\text{Zatem dla } a = 4 \text{ cm } h_b = 2\sqrt{7} \text{ cm}$$

$$P_b = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_b = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2\sqrt{7} \text{ cm}^2 = 16\sqrt{7} \text{ cm}^2$$

Pole powierzchni bocznej tego ostrosłupa jest równe  $16\sqrt{7} \text{ cm}^2$ .

**Metoda II**

Rys. pomocniczy



Dane:

$$V = 10\frac{2}{3}\sqrt{6} \text{ cm}^3$$

Trójkąt BSD jest równoboczny.

Szukane: Pole powierzchni bocznej ostrosłupa.

Oznaczmy przez a krawędź podstawy ostrosłupa i przez H wysokość ostrosłupa.

„Matematyczne podróże”

Trójkąt BSD jest równoboczny, zatem krawędź boczna ostrosłupa jest równa  $a\sqrt{2}$ .

Wysokość ostrosłupa  $H$  jest wysokością trójkąta równobocznego BSD o boku  $a\sqrt{2}$ , czyli wysokość ostrosłupa  $H = \frac{a\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$ .

Objętość ostrosłupa  $V = \frac{1}{3} P_p \cdot H = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot H = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot \frac{a\sqrt{6}}{2} = \frac{a^3 \cdot \sqrt{6}}{6}$ , zatem otrzymujemy równanie

$$\frac{a^3 \cdot \sqrt{6}}{6} = 10 \frac{2}{3} \sqrt{6}$$

$$\frac{a^3 \cdot \sqrt{6}}{6} = \frac{32}{3} \sqrt{6}$$

$$a^3 \cdot \sqrt{6} = 64 \sqrt{6}$$

$$a^3 = 64$$

$$a = 4$$

Krawędź podstawy ostrosłupa jest równa 4 cm.

$P_b = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_b$ , gdzie  $h_b$  jest wysokością ściany bocznej.

Z twierdzenia Pitagorasa możemy zapisać równanie

$$\left(\frac{a}{2}\right)^2 + (H)^2 = (h_b)^2$$

$$\frac{a^2}{4} + \left(\frac{a\sqrt{6}}{2}\right)^2 = (h_b)^2$$

$$\frac{a^2}{4} + \frac{6a^2}{4} = (h_b)^2$$

$$(h_b)^2 = \frac{7}{4} a^2$$

$$h_b = \frac{\sqrt{7}}{2} a$$

Zatem dla  $a = 4 \text{ cm}$   $h_b = 2\sqrt{7} \text{ cm}$

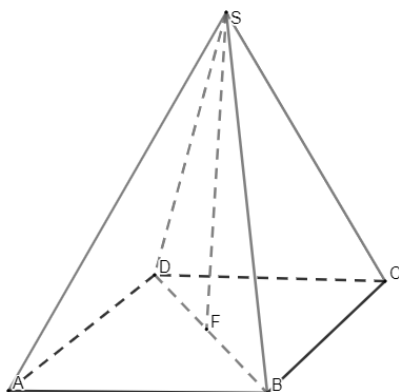
$$P_b = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_b = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2\sqrt{7} \text{ cm}^2 = 16\sqrt{7} \text{ cm}^2$$

Pole powierzchni bocznej tego ostrosłupa jest równe  $16\sqrt{7} \text{ cm}^2$ .



**Metoda III**

Rys. pomocniczy



Dane:

$$V = 10 \frac{2}{3} \sqrt{6} \text{ cm}^3$$

Trójkąt BSD jest równoboczny.

Szukane: Pole powierzchni bocznej ostrosłupa.

Oznaczmy przez  $a$  krawędź boczną ostrosłupa i przez  $H$  wysokość ostrosłupa.

Trójkąt BSD jest równoboczny o boku  $a$ , odcinek BD jest przekątną kwadratu ABCD, zatem  $|AB|\sqrt{2} = a$  czyli  $|AB| = \frac{a}{\sqrt{2}} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ , czyli krawędź podstawy wynosi  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ .

Wysokość ostrosłupa  $H$  jest wysokością trójkąta równobocznego BSD o boku  $a$ , czyli wysokość ostrosłupa  $H = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ .

Objętość ostrosłupa  $V = \frac{1}{3} P_p \cdot H = \frac{1}{3} \cdot |AB|^2 \cdot H = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2a^2}{4} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3 \cdot \sqrt{3}}{12}$ , zatem otrzymujemy równanie

$$\frac{a^3 \cdot \sqrt{3}}{12} = 10 \frac{2}{3} \sqrt{6}$$

$$\frac{a^3 \cdot \sqrt{3}}{12} = \frac{32}{3} \sqrt{6}$$

$$a^3 \cdot \sqrt{3} = 128\sqrt{6}$$

$$a^3 = 128\sqrt{2}$$

$$a = 64 \cdot 2\sqrt{2}$$

$$a = 4 \cdot \sqrt{2}$$

„Matematyczne podróże”

Krawędź boczna ostrosłupa jest równa  $4\sqrt{2}$  cm, czyli krawędź podstawy jest równa

$$|AB| = \frac{4\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \text{ cm}}{2} = 4 \text{ cm}$$

$P_b = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot |AB| \cdot h_b$ , gdzie  $h_b$  jest wysokością ściany bocznej.

Z twierdzenia Pitagorasa możemy zapisać równanie

$$\left(\frac{|AB|}{2}\right)^2 + (H)^2 = (h_b)^2$$

$$\left(\frac{4}{2}\right)^2 + \left(\frac{4\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{2}\right)^2 = (h_b)^2$$

$$4 + \left(\frac{4 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{2}\right)^2 = (h_b)^2$$

$$4 + (2\sqrt{6})^2 = (h_b)^2$$

$$4 + (2\sqrt{6})^2 = (h_b)^2$$

$$(h_b)^2 = 28$$

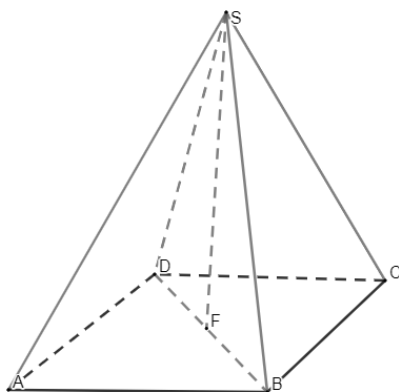
$$h_b = 2\sqrt{7} \text{ cm}$$

$$P_b = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot |AB| \cdot h_b = 2 \cdot 4 \cdot 2\sqrt{7} \text{ cm}^2 = 16\sqrt{7} \text{ cm}^2$$

Pole powierzchni bocznej tego ostrosłupa jest równe  $16\sqrt{7} \text{ cm}^2$ .

**Metoda IV**

Rys. pomocniczy



„Matematyczne podróże”

Dane:

$$V = 10 \frac{2}{3} \sqrt{6} \text{ cm}^3$$

Trójkąt BSD jest równoboczny.

Szukane: Pole powierzchni bocznej ostrosłupa.

Oznaczmy przez  $a$  krawędź boczną ostrosłupa i przez  $H$  wysokość ostrosłupa.

Trójkąt BSD jest równoboczny o boku  $a$ , odcinek BD jest przekątną kwadratu ABCD, zatem  $|AB|\sqrt{2} = a$  czyli  $|AB| = \frac{a}{\sqrt{2}} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ , czyli krawędź podstawy wynosi  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ .

Wysokość ostrosłupa  $H$  jest wysokością trójkąta równobocznego BSD o boku  $a$ , czyli wysokość ostrosłupa  $H = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ .

Objętość ostrosłupa  $V = \frac{1}{3} P_p \cdot H = \frac{1}{3} \cdot |AB|^2 \cdot H = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2a^2}{4} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3 \cdot \sqrt{3}}{12}$ , zatem otrzymujemy równanie

$$\frac{a^3 \cdot \sqrt{3}}{12} = 10 \frac{2}{3} \sqrt{6}$$

$$\frac{a^3 \cdot \sqrt{3}}{12} = \frac{32}{3} \sqrt{6}$$

$$a^3 \cdot \sqrt{3} = 128\sqrt{6}$$

$$a^3 = 128\sqrt{2}$$

$$a = 64 \cdot 2\sqrt{2}$$

$$a = 4 \cdot \sqrt{2}$$

Krawędź boczna ostrosłupa jest równa  $4\sqrt{2}$  cm, czyli krawędź podstawy jest równa

$$|AB| = \frac{4\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \text{ cm}}{2} = 4 \text{ cm}$$

$P_b = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot |AB| \cdot h_b$ , gdzie  $h_b$  jest wysokością ściany bocznej.

Z twierdzenia Pitagorasa możemy zapisać równanie

$$\left(\frac{|AB|}{2}\right)^2 + (h_b)^2 = (a)^2$$

$$\left(\frac{4}{2}\right)^2 + (h_b)^2 = (4 \cdot \sqrt{2})^2$$

$$4 + (h_b)^2 = 32$$

„Matematyczne podróże”

$$(h_b)^2 = 28$$

$$4 + (2\sqrt{6})^2 = (h_b)^2$$

$$(h_b)^2 = 28$$

$$h_b = 2\sqrt{7} \text{ cm}$$

$$P_b = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot |AB| \cdot h_b = 2 \cdot 4 \cdot 2\sqrt{7} \text{ cm}^2 = 16\sqrt{7} \text{ cm}^2$$

Pole powierzchni bocznej tego ostrosłupa jest równe  $16\sqrt{7} \text{ cm}^2$ .

Zasady oceniania metodą I i II

**Uczestnik otrzymuje:**

**5 punktów – gdy:**

- poprawnie rozwiąże zadanie i wyznaczy, że pole powierzchni bocznej tego ostrosłupa jest równe  $16\sqrt{7} \text{ cm}^2$ .

**4 punkty – gdy:**

- poprawnie wyznaczy wysokość ściany bocznej równą  $2\sqrt{7} \text{ cm}$  i na tym zakończy lub dalej popełni błędy **lub**
- poprawnie wyznaczy krawędź podstawy równą  $4 \text{ cm}$  i zapisze poprawne równanie aby wyznaczyć wysokość ściany bocznej i popełni błąd rachunkowy przy wyznaczaniu wysokości ściany bocznej i konsekwentnie do popełnionego błędu rozwiąże zadanie do końca bezbłędnie **lub**
- ułoży poprawne równanie, aby wyznaczyć krawędź podstawy i popełni błąd rachunkowy przy wyznaczaniu krawędzi podstawy i konsekwentnie do popełnionego błędu rozwiąże zadanie do końca bezbłędnie **lub**
- Pominie we wzorze na objętość ostrosłupa współczynnik  $\frac{1}{3}$  i konsekwentnie do popełnionego błędu rozwiąże zadanie do końca bezbłędnie.

**3 punkty – gdy:**

- poprawnie wyznaczy krawędź podstawy równą  $4 \text{ cm}$  i na tym zakończy lub dalej popełni błędy **lub**
- ułoży poprawne równanie, aby wyznaczyć krawędź podstawy i popełni błąd rachunkowy przy wyznaczaniu krawędzi podstawy i ułoży poprawne równanie aby wyznaczyć wysokość ściany bocznej i na tym zakończy lub dalej popełni błędy.

**2 punkty – gdy:**

- ułoży poprawne równanie, aby wyznaczyć krawędź podstawy np.  $\frac{a^3 \cdot \sqrt{3}}{12} = 10\frac{2}{3}\sqrt{6}$  i na tym zakończy lub dalej popełni błędy **lub**

„Matematyczne podróże”

- ułoży poprawny układ równań z dwiema niewiadomymi  $a$  i  $H$ , np.:

$$\begin{cases} H = \frac{a\sqrt{6}}{2} \\ \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot H = 10\frac{2}{3}\sqrt{6} \end{cases} \text{ i na tym zakończy lub dalej popełni błędy } \textbf{lub}$$

- ułoży poprawny układ równań z trzema niewiadomymi  $a$  i  $H$  i  $h_b$ , np.:

$$\begin{cases} H = \frac{a\sqrt{6}}{2} \\ \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot H = 10\frac{2}{3}\sqrt{6} \\ \left(\frac{a}{2}\right)^2 + (h_b)^2 = (a\sqrt{2})^2 \end{cases} \text{ lub } \begin{cases} H = \frac{a\sqrt{6}}{2} \\ \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot H = 10\frac{2}{3}\sqrt{6} \\ \left(\frac{a}{2}\right)^2 + (H)^2 = (h_b)^2 \end{cases} \text{ i na tym zakończy lub dalej popełni błędy.}$$

**1 punkt** – gdy:

- zapisze, równanie np.  $H = \frac{a\sqrt{6}}{2}$  lub  $H = \frac{a\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}}{2}$  i na tym zakończy lub dalej popełni błędy **lub**

**0 punktów** – rozwiązanie błędne, brak rozwiązania.

Zasady oceniania metodą III i IV

**Uczestnik otrzymuje:**

**5 punktów** – gdy:

- poprawnie rozwiąże zadanie i wyznaczy, że pole powierzchni bocznej tego ostrosłupa jest równe  $16\sqrt{7} \text{ cm}^2$ .

**4 punkty** – gdy:

- poprawnie wyznaczy wysokość ściany bocznej równą  $2\sqrt{7} \text{ cm}$  i na tym zakończy lub dalej popełni błędy **lub**
- poprawnie wyznaczy krawędź podstawy równą  $4 \text{ cm}$  i zapisze poprawne równanie aby wyznaczyć wysokość ściany bocznej i popełni błąd rachunkowy przy wyznaczaniu wysokości ściany bocznej i konsekwentnie do popełnionego błędu rozwiąże zadanie do końca bezbłędnie **lub**
- poprawnie wyznaczy krawędź boczną równą  $4\sqrt{2} \text{ cm}$  i zapisze poprawne równanie aby wyznaczyć wysokość ściany bocznej i popełni błąd rachunkowy przy wyznaczaniu wysokości ściany bocznej i konsekwentnie do popełnionego błędu rozwiąże zadanie do końca bezbłędnie **lub**
- ułoży poprawne równanie, aby wyznaczyć krawędź boczną i popełni błąd rachunkowy przy wyznaczaniu krawędzi bocznej i konsekwentnie do popełnionego błędu rozwiąże zadanie do końca bezbłędnie **lub**
- Pominie we wzorze na objętość ostrosłupa współczynnik  $\frac{1}{3}$  i konsekwentnie do popełnionego błędu rozwiąże zadanie do końca bezbłędnie.

**3 punkty – gdy:**

- poprawnie wyznaczy krawędź podstawy równą 4 cm i na tym zakończy lub dalej popełni błędy **lub**
- poprawnie wyznaczy krawędź boczną równą  $4\sqrt{2}$  cm i na tym zakończy lub dalej popełni błędy **lub**
- ułoży poprawne równanie, aby wyznaczyć krawędź boczną i popełni błąd rachunkowy przy wyznaczaniu krawędzi bocznej i ułoży poprawne równanie aby wyznaczyć wysokość ściany bocznej i na tym zakończy lub dalej popełni błędy.

**2 punkty – gdy:**

- ułoży poprawne równanie, aby wyznaczyć krawędź boczną np.  $\frac{a^3 \cdot \sqrt{3}}{4} = 10 \frac{2}{3} \sqrt{6}$  i na tym zakończy lub dalej popełni błędy **lub**
- ułoży poprawny układ równań z dwiema niewiadomymi  $a$  i  $H$ , np.:  
$$\begin{cases} H = \frac{a\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2}{2} \cdot H = 10 \frac{2}{3} \sqrt{6} \end{cases}$$
 i na tym zakończy lub dalej popełni błędy **lub**
- ułoży poprawny układ równań z trzema niewiadomymi  $a$  i  $H$  i  $h_b$ , np.:  
$$\begin{cases} H = \frac{a\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2}{2} \cdot H = 10 \frac{2}{3} \sqrt{6} \\ (\frac{a\sqrt{2}}{4})^2 + (h_b)^2 = (a)^2 \end{cases} \text{ lub } \begin{cases} H = \frac{a\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2}{2} \cdot H = 10 \frac{2}{3} \sqrt{6} \\ (\frac{a\sqrt{2}}{4})^2 + (H)^2 = (h_b)^2 \end{cases}$$
 i na tym zakończy lub dalej popełni błędy.

**1 punkt – gdy:**

- zapisze, równanie np.  $H = \frac{a\sqrt{3}}{2}$  lub  $|AB| = \frac{a\sqrt{2}}{2}$  i na tym zakończy lub dalej popełni błędy.

**0 punktów – rozwiązanie błędne, brak rozwiązania.**

**Uwagi:**

1. Jeśli uczestnik zapisując pole powierzchni bocznej ostrosłupa zapisze  $P_b = 16\sqrt{7}$ , (pominie jednostki) to maksymalnie za zadanie może otrzymać 4 punkty.
2. Jeśli uczestnik zapisując wzór na objętość ostrosłupa pominie współczynnik  $\frac{1}{3}$  to maksymalnie za zadanie może otrzymać 4 punkty pod warunkiem, że nie ma żadnych innych błędów w rozwiązaniu.
3. Jeśli uczestnik zapisując wzór na objętość ostrosłupa pominie współczynnik  $\frac{1}{3}$  i w odpowiedzi pominie jednostki to maksymalnie za zadanie może otrzymać 3 punkty pod warunkiem, że nie ma żadnych innych błędów w rozwiązaniu.
4. Jeśli uczestnik za rozwiązanie zadania otrzymałby  $n$  punktów, ale zapisze pole powierzchni bocznej i pominie jednostki to otrzymuje  $(n-1)$  punktów.